# Hogyan használjuk az Autograph 3-at

*írta* DOUGLAS BUTLER iCT Training Centre

Oundle School, Peterborough, UK

Az Autograph programot írta és szerkesztette MARK HATSELL

www.autograph-maths.com

# Tartalom



37



2

# Bevezetés

| Az Autograph-ról<br>Az Autograph indítása<br>Az Egyszerűsített és a Normál mód<br>Az általános eszköztár és az egér funkciók<br>Az Autograph menüje | 4<br>5<br>6<br>7<br>8 |
|---|-----------------------|
| A bealinasok mouosnasa<br>Az interaktív fehértáhla használata   | 10                    |
| A tengelvek szerkesztése  | 12                    |
| A konstansok kezelése   | 14                    |
| Az animációk vezérlése  | 15                    |
| Eredmények és az állapotjelző doboz   | 16                    |
| Szövegdoboz hozzáadása  | 17                    |
| Rajzolási beállítások szerkesztése  | 18                    |
| Utasítás munkalap szerkesztése  | 19                    |
| 1D: Munkalap  |                       |
| 1D: Az Egyszerűsített és a Normál mód   | 22                    |
| 1D: A statisztikai eszköztár  | 23                    |
| 1D: Osztályozott adathalmaz   | 24                    |
| 1D: Új adathalmaz   | 25                    |
| 1D: Hisztogram, grafikus ábrázolás  | 26                    |
| 1D: Eloszlásfüggvény és Box and Whisker   | 28                    |
| 1D: Pontdiagram es grafikon   | 29                    |
| 1D: Statisztikai tablak   | 30                    |
| 1D: Exportatas az INS Wordbe  | 31                    |
| 1D. Milliavelel es Milliadiay<br>1D: Valószínűségi aloszlások   | 32<br>22              |
| 1D. A diszkrát eloszlások   | 33                    |
| 1D A folytonos eloszlások   | 36                    |
|   |                       |

1D: Nevezetes eloszlásokkal való közelítés

# 2D XY grafikák

| 2D: Az Egyszerűsített és a Normál mód     | 40 |
|---|----|
| 2D: A grafikai eszköztár                  | 41 |
| 2D: Hogyan adjon meg pontokat?            | 42 |
| 2D: A pontok egyéb használata             | 43 |
| 2D: Az egyenes                            | 44 |
| 2D: A körök és görbék                     | 45 |
| 2D: Kiszámított pontok, illeszkedő görbék | 46 |



2D: Vektorok 2D: Kép hozzáadása 2D: Szög mérése 2D: Az alakzatok transzformálása 2D: Mátrix transzformációk 2D: XY ponthalmazok 2D: Regressziók 2D: Egyenletek megadása 2D: Descartes-koordinátarendszer 2D: Függvényekhez kapcsolódó opciók 2D: Kapcsolódó függvények 2D: Numerikus eljárások 1 2D Numerikus eljárások 2 2D: Paraméteres függvények 2D: Ábrázolás polár koordinátarendszerben 2D: Differenciálegyenletek 3D XYZ grafikák 3D: Az Egyszerűsített és a Normál mód 3D: A grafikai eszköztár 3D: Hogyan működik? 3D: Az egyenesek és síkok 3D: A vektorok 3D: Kiszámított pontok, távolságok, szögek 3D: Alakzatok és transzformációk 3D: Egyenletek megadása 3D: Forgástestek térfogata 3D: Paraméteres- és poláregyenletek Súgó és kiegészítések Az Autograph súgó használata [F1] Az Autograph kiegészítések használata [F3] Az 'Arial for Autograph Uni' betűtípus A speciális munkalapok A statisztikai formulák

A numerikus módszerek Matematikai formulák Példák függvénytípusokra Kisegító lehetőségek gyengénlátóknak Autograph 3.20 Apple Mac számítógépen

www.autograph-maths.com

93

# Tartalom



# Az Autograph-ról

Középiskolákban és a felsőoktatásban sokkal hatékonyabb, látványosabb és élvezetesebb matematikát tanítani oktatást segítő szoftverek használatával úgy a tanárnak mint a diáknak.

Az Autograph 3 segít a valószínűségszámítás és a statisztika alapelveinek megértésében, és látványos két- és háromdimenziós ábrázolásmódjával fejleszti a diákok térlátását. Az Autograph szoftvert a brit Oundle School matematika óráin szerzett tapasztalatok alapján fejlesztettük ki. Az Autograph 3 projektorral kivetíthető, és interaktív táblákon is használható.

Két szint közül választhat a felhasználó: 'Egyszerűsített' illetve 'Normál'. Az 'Egyszerűsített' mód a kevésbé tapasztalt felhasználóknak ajánlott, arculata könnyedén áttekinthető. 'Egyszerűsített' módban azonban nem minden funkció érhető el.

Az Autograph a Microsoft Windows alkalmazásaiból jó ismert környezetben fut. Az ott megszokott módon tölthetjük be az Autograph munkalapokat, másolhatunk ábrákat, szövegeket, adatokat más Microsoft szoftverekbe is.





# Az Autograph indítása

A telepítéshez szükséges dokumentumokat mellékelve találja, így e pontban feltételezzük, hogy a programot már sikeresen feltelepítette.



Az Autograph elindításához kattintson kétszer az asztalon lévő ikonra, vagy elindíthatja a Start => Programok => Autograph 3.20 útvonalon

Autograph ? Indîtás a következő módban © Egyszerűsített © Normál Többet ne kérdezze OK

Először kiválaszthatja milyen módban kíván dolgozni:

EGYSZERŰSÍTETT – ezt a 11–16 éves korosztálynak tervezték. Az arculat egyszerűbb (nagyobb ikonok), nincs átváltás a fokokból radiánokba.

NORMÁL – Ez a mód több eszközt ajánl a felhasználónak beleértve a differenciál- és integrálszámítást a valószínűségszámítást és a 3D-s ábrázolást.

Ha rákattint a "Többet ne kérdezze" feliratra, később előhívhatja a "Nézet" => "Beállítások" => "Általános" útvonalon.

5

# **START => PROGRAMOK => Autograph 3.20**





# Az Egyszerűsített és a Normál mód



koordinátákról, egyenletekről. Ez az információ a Szövegdoboz megnyitásakor jelenik meg. Nagyobb, vonszolható Állapotjelző Doboz megnyitásához kattintson kétszer az Állapotsorra. A sor elrejtéséhez menjen a Nézet menüben és vegye ki a pipát az "Állapotsor mutatása" menü elől.

6

Egyszerűsített szinten csak "Egyszerű", míg Normál szinten "Radián"-t vagy "Fokok"-at jelez, ahogy az "Oldal" => "Beállítások szerkesztése" menüben be van állítva.

eredmények, koordináták, stb. aktuális pontosságát. Menjen az "Oldal" => "Beállítások szerkesztése" menübe, ha módosítani akarja.



Az általános eszköztár és az egér funkciók

# ÁLTALÁNOS ESZKÖZTÁR

- Új 1D statisztikai munkalap
- 🛁 🛛 Új 2D grafikon munkalap
- 🚄 🛛 Új 3D grafikon munkalap
- Új Autograph fájl (.agg) megnyitása (vagy: Fájl menü) (Ctrl + O)
- A jelenlegi munkalap .agg fáljként való mentése (vagy: Fájl menü)
- Vissza [Ctrl-Z]. Valamint: Újra [Ctrl-Y]
- Egyenlet/Objektum Kulcs alulra
- Egyenlet/Objektum Kulcs jobbra
- Egész számhoz illesztés [Csak Egyszerűsített módban]
- 0,1-es illesztés [alapértelmezett Normál módban]

# ✓ <sup>▲</sup> Szögek fokban, radiánban [Csak Normál módban] Eredmények (egy szövegfájl vagy aktuális eredmények)

- Előzmények (2D és 3D)
- Tengelyek szerkesztése (lásd 12. o.)
- Szövegdoboz beszúrása
- Egér funkciók be/ki
- Konstansok (lásd 14. o.)
  - Objektum animálása (lásd 15. o.)
- Tábla mód (lásd 11. o.)
  - Vonal vastagsága (a választott objektumé)
  - Vonal színe (a választott objektumé)
- Kitöltés színe (a választott objektum)

### EGÉR FUNKCIÓK

- KIVÁLASZTÁS. Kiválasztás kiválaszt, ha az objektum felett áll; Egyébként:
- 2D: A bal egérgombot nomva tartva húzzon egy téglalapot a pontok köré, így jelölheti ki az objektumot
- 3D: Úgyanúgy működik, mint a Munkalap húzása mód Az ESC mindig visszajuttat ehhez a módhoz. Az ESC ismételt lenyomásával megszünteti a Kiválasztást

A '.' lenyomásával ideiglenesen a "Pont mód"ba jut (amíg lenyomva tartja), majd visszajuttatja a "Kiválasztás"-ba – hasznos egyes pontok lerakásához.

- Pont mód önálló vagy objektumokra pontok lerakása
- + Ctrl Megtalálja a metszéspontokat f(x)=0-nál vagy f(x)=g(x)-nél. A mutató kis körré változik a metszéspontok felett.

Rajzolás: rajzolt objektumokat hoz létre, amik kijelölhetőek (színváltoztatás, vastagítás, törlés céljából) [3D módban nem elérhető]

Törlés: Mint egy táblaradír – mindent, ami az

útjába kerül, töröl. Használja a **Ctrl-Z-t** (vissza) a visszaállításhoz!

### Munkalap húzása.

- 1,2D: Az egész tengelyt vonszolja, mindent újrarajzol
  3D: Elforgatja a környezetet
  + Ctrl: FEL/LE: ki és be mozgatja a "kamerát"
  - + Shift: körbeforgatja a "kamerát"
- **Közelítés** (középpontja a kattintás helye)
- 🔑 Távolítás (középpontja a kattintás helye)
  - Területi közelítés [3D-ben nem elérhető]. A teljes közelítés/távolítás mód elérhető még Egyszerűsített módban a 'Tengelyek' menü => ' Közelítés/távolítás menüpontjában'

### Egyéb egér funkciók [Normál szint]

# 🗠 🔄 😫 🎼 3D: 🛃 🖉

Közelítés/távolítás csak egy irányban: 'x', 'y' vagy 'z' mentén (csak 3D esetén).

- Területi közelítés: az egész képernyőn a körberajzolt terület látható [3D-ben nem elérhető].
- Differenciálegyenlet megoldás: automatikusan bekapcsol deriválás vagy integrálás esetén.

# Az Autograph menüje

# FÁJLMENÜ

- Új 1D statisztika munkalap Lásd 21. o.
- Új 2D grafikon munkalap Lásd 39. o.
- 2 Új 3D grafikon munkalap Lásd 65. o. Új speciális munkalap:
  - 🕅 A kör területe
  - 점 Trigonometria
  - Monte Carlo módszer
  - 🕴 Dobókocka szimuláció
  - Konfidencia intervallumok 💶 2D Poisson
- Lásd 82. o.
- Megnyitás (.agg) ... [Ctrl-O] Bezárás (adott oldal) 0
- Mentés [Ctrl-S] Mentés másként
- Ċ) Nyomtatási kép
- e Nyomtatás ... [Ctrl-P] Oldalbeállítás az adott munkalapra vonatkozik
- $\Rightarrow$ Kilépés

8

#### Megjegyzés: Autograph fájlok (.agg):

📈 Bármely 1D-s, 2D-s vagy 3D-s Autograph (.agg kiterjesztésű) fájl mentéséhez használja a "File" menüben a "Mentés" [Ctrl-S] vagy "Mentés másképp" menüpontot, vagy a "Mentés" ikont az általános eszköztáron.

🔊 ".agg" kiterjesztésű fálj betöltéséhez kattintson rá kétszer (ez betölti az Autograph-ot is, ha addig nem futna még), vagy húzza egy megnyitott Autograph ablakba, vagy használja a 'File' `=> "Megnyitás' útvonalat.

Az Autograph 2 két különböző módon mentette a fájlokat.

웥 2D-s grafikai fájlok: ".agg"

1D statisztikai fájlok: ".ags"" Mindkét fajta betölthető a V.3-ba, de minden mentett fájl a V.3-ban ".agg" fájl lesz. V.3-as fáljok nem töltődnek be a V.2-be.

# SZERKESZTÉS MENÜ

| 2    | Vissza         |        |      | [Ctrl-Z] |
|------|----------------|--------|------|----------|
| 6    | Előre          |        |      | [Ctrl-Y] |
| Korl | átlan oda-/vis | szaáll | ítás |          |
| lehe | tséges egy o   | Idalon | beli | ül.      |
|      |                |        |      |          |

- Összes pont kijelölése 0
- Összes rajz kijelölése 0 Mindent kijelöl
- [Ctrl-A]

### NÉZET MENÜ

- Konstansok Lásd 14. o.
- Objektumok animálása Lásd 15. o.
- Állapotsor (alap: bekapcsolva) 0 Állapot ablak 0 Lásd 16. o.
- = 1.84 = 4.17 Eredmények Lásd 16. o.
- Utasítások Az utasítás panel szerkeszthető és elmenthető: "Munkalap menü" => "Utasítások szerkesztése"
- Virtuális billentyűzet Lásd 11. o.
- Eszköztárak
- Eszköztárak betöltése /mentése

Az eszkötárak automatikusan működnek, így csak szükség esetén állítsa át őket! Mindemellett használhatja e funkciókat az eszköztárak testreszabására. Betölthet és elmenthet bizonyos eszköztárbeállításokat.

o Beállítások Lásd 10 o

# **MUNKALAP MENÜ**

 Beállítások szerkesztése Az összes beállítás az aktuális munkalapra vonatkozik. Elnevezheti a munkalapot, társíthat hozzá Utasítás munkalapot, beállíthatja a szögek mértékegységét (Csak Normál módban) vagy a pontosságot (alapértelmezettként 4 tizedesjegy)

Utasítások szerkesztése

Létrehozhatja és elmentheti az adott munkalapra vonatkozó utasításait.

• Munkalap típusa

Beállíthatja a munkalap típusát.

 Munkalap másolása (kép)[Ctrl-C] Az ábrázolási területet és a leírást a vágólapra helyezi. Ez nagy fájl is lehet, érdemesebb előbb lekicsinyíteni az Autograph ablakát.

 Grafikon másolása (Leíró fájl) Grafikon másolása – Az ábrázolási területet mint jó minőségű ún. 'vektor' képet lemásolja. Ezután beilleszthető a Word-be (nem elérhető 3D-ben)

- Egyenletek másolása (szöveg)
- Állapotsor másolása (szöveg)
- o Munkalap mentése (kép)
- o Grafikon mentése (leíró fájl)





### TENGELYEK MENÜ



 Objektumok rácsponthoz igazítása

#### Itt állífhatja be, hogy mozgatás során mekkora lépésközökel ugráljon a mozgatott pont. Az alapbeállítás a legtöbb esetben megfelelő.

#### • Közelítés/távolítás

A teljes zoom-mód listája fel van sorolva, ugyanaz, mint a Normál mód Egér funkcióknál. Nem minden látható, ami az Egyszerűsített mód Egér funkcióknál, de minden elérhető mindkét szinten.

### **Origó mozgatása** A kattintás helyére teszi az origót.

**Nézetközéppont mozgatása** A munkalap közepét mozgatja a kattintás helyére..

Kijelölés egérrel
 ESC visszaállítja ezt az állapotot

# Pontok létrehozása

• **Kulcs mutatása/elrejtése** A kulcs tartalmazhatja pl. az egyenletek listáit Akkor használja, ha a kulcs szükségtelen, vagy vissza akarja állítani. Ez az opció elérhető a 'kulcs'-ra jobb egér gombbal való kattintásakor is..

# ADATFELVÉTEL MENÜ



Lásd 42. o.

# └j alakzat Lásd 50. o. ↓ Új osztályozott adathalmaz

- Új adathalmaz Lásd 25. o.
- Új Box és Whisker diagram Lásd 28. o.
  - Új eloszlás Lásd 33. o.

### EGYENLET MENÜ

Ezt a menüt az egér jobbkliikjével is előhívhatja a 2D és 3D munkalapon.



Új egyenlet ... [Enter] Egyenlet szerkesztése Lásd 54. o.



Kijelölt egyenlet törlése

Kijelölten kívüliek törlése

Összes egyenlet törlése

### f(g( Függvények definiálása Lásd 54. o.

# 🦻 Egyenlet lista

Hozzáadhat, törölhet vagy szerkesztheti a lista egyenleteit. Szintén beilleszthet az Előzményekből, és választhat az egyenlet megjelenítése/elrejtése között..



Az aktuális időszakban ábrázolt 2D/3D egyenletek listája. Bármelyik választás ábrázolható.

#### • Hozzáadás:

Derivált



Integrál függvény Tükrözés az y=x egyenesre Lásd 57. o.

# OBJEKTUM MENÜ [= Jobb-klikk menü]

Ez a fő grafikus terület Jobbklikk menüjének a megfelelője, ami felsorolja az összes alkalmazható opciót az adott objektumhoz az aktuális munkalapon. Ez hasznos lehet ha az Interaktív Táblán vagy egy Macintosh számítógépen ('Virtuális PC'-t használva) dolgozik..

#### ABLAK MENÜ

- Szegélyezett munkaterület (alapértelmezettként: bekapcsolva)
- Munkalapok lépcsőzetesenF5
- 🛄 Munkalapok egymás mellé **F6**
- 💳 Munkalapok egymás alá 🛛 F7
- Ikonok rendezése ...
- Összes munkalap bezárása...
- (Éppen) nyitott ablakok listája böngészés: F8 <=> F9

### SÚGÓ MENÜ

| 3 | <b>Súgó</b><br>Lásd 77. o. |      | <br>F1 |
|---|----------------------------|------|--------|
|   |                            | <br> |        |

- Autograph kézikönyv ... F2
- Autograph bevezetés F3 Lásd 79. o.
- Kapcsolódás az Autograph honlaphoz ... F4

9

Névjegy

# A beállítások módosítása

Mielőtt dolgozni kezd, nézze meg a **Beállítások**at (a **Nézet** menüben) és ellenőrizze a négy "fül" segítségével, hogy a munkájához megfelelően van-e beállítva. :

#### MEGJELENÍTÉS

#### Beállítások

Egyes régebbi számítógépeknek nehézséget jelenthet az Autograph precíz ábrázolási módja. Bekapcsolhatja a 'normál' kirajzolást.

#### Vonalvastagság

Állítsa be a megfelelő "Vonalvastagságot". A grafikákhoz és a vonalakhoz a 2¼ pt a szokásos vastagság.

### + ÁLTALÁNOS

#### Egyenlőtlenségek

Állítsa be az egyenlőtlenségek ábrázolásához megfelelő árnyékolást.

Autograph mód

Itt állítható be az "Egyszerűsített", iiletve a "Normál" mód anélkül, hogy újra indítaná az Autographot..

### Beállítások

Módválasztás felajánlása: ezzel biztosíthatja, hogy betöltéskor rákérdezzen, milyen Autograph módban kíván dolgozni.

'Egyenletek elrejtésének letiltása' - kikapcsolja az 'Egyenlet' => 'Egyenlet lista' => 'Elrejt' funkciót. Pontosság: beállíthatja a pontosságot, az értékes tizedesjegyek számát.

#### SHIFT VAGY NEM SHIFT?

Bevált gyakorlat a Windowsnál, hogy a Shift billentyű segítségével több alakzatot jelöl ki a képernyőn. Az interactive tábla megjelenésével ésszerű biztosítani a lehetőséget, hogy a Shift használata nélkül is kijelölhessen több objektumot egyszerre.. Alapértelmezett beállításként a Shift billentyű segítségével jelölhet ki több alakzatot. Ha ezt át szeretné állítani, jelölje be a "Többes választás Shift nélkül" négyzetet minden munkalapon. A "Shift nélkül" hátránya, hogy bármely előzőleg kiválasztott elem még aktív lehet. Tehát javasolt minden új kijelölés előtt a grafikus területre kattintani, hogy megszüntesse a maradék kijelöléseket.

### + TÁBLA MÓD

10

Itt láthatja a Tábla mód beállításait. Megjegyzés: tábla módban az alapértelmezett beállítás a 'Többes választás Shift nélkül'.



| Beálítások ?   |                |
|--|----------------|
| Megjelenítés Általános Tábla mód 3D Megjelenítés                     |                |
| C Beállitások  | -              |
| Lassú kirajzolás sebessége (2D)                                      |                |
|  |                |
|  |                |
| Vonalvastagság   | _              |
|  |                |
| Minden vonalra Vastagsag: 1½ pt                                      |                |
| eálítások ?  |                |
| Megjelenítés Általános Tábla mód 3D Megjelenítés                     |                |
|  | _              |
|  |                |
| Crvenyes terulet arnyalasa   |                |
| Autograph mód  |                |
| ○ Egyszerűsített   |                |
|  |                |
| Beállítások  |                |
| Módválasztás felajánlása 📃 Többes választás Shift nélkü              |                |
| Egyenletek elrejtésének tiltása<br>Pontosság: 4 📚 értékes jeg        | /              |
| Beálítások ?   | 15             |
|  |                |
| Megjelenitės Altalanos Tabla mod 3D Megjelenitės                     | Ľ              |
| Beallicasok  |                |
| Többes valasztas Shift nelk  |                |
| Virtualis bilenytuzet "Tábla" czipäcsze állítás baczpálata           |                |
|  |                |
| • Hinderi Vondi Vastag   |                |
| Alaphaluaethe áilítás  |                |
| Midprioty2etbe dilitos   |                |
|  |                |
| jelenités Általános Tábla mód 30 Megjelenité Ha egy 3D s ablak nom n | , (j)          |
| Elsimitás minősége meg (nl. memériabiány) a                          | y IIIP<br>S fü |
| Nincs hoáll(tácaival asäkkanthat                                     | , iu<br>inv    |
|  | juk            |
| Alaphelyzetbe állítás a minőséget, hogy elég                         |                |

memóriát szabadítsunk fel.



Az interaktív fehértábla használata

Két fő típusa van a projektor-vezérelt Interaktív Tábláknak. A tanárok a tábla mellett állva kezelhetik a nagy képernyőt.



#### 1. Nyomásérzékelő táblák (pl. 'Smart' (=okos) táblák Kanadából)

Semmi nem történik amíg nem nyomják meg a táblát, tehát nincs segítő 'egérkurzor', de megvan az előnye, hogy bármi 'toll'-ként szolgálhat, pl. az ujja, egy dobverő, stb. A jobb kattintást egy billentyű megnyomásával, majd a tábla megérintésvel imitálhatja. A kurzor hiánya előrevetíti, hogy lesznek alkalmak, amikor szokványos billentyűzetet és egeret kell használni szerkesztésekhez, majd a táblához menni animálásnál.



Pg

2. Táblák, Grafikus táblák, vagy 'Tablet' PC-k elektronikus tollal Ezekhez egy toll tartozik, amely elküldi a helyzetét a képernyőnek, és így Ön megkapja a kurzort. A jobb kattintást a toll oldalán található gomb megnyomásával imitálhatja. Ezek a táblák a terem bármely részéből irányíthatóak, akár a tanulók is bevonhatóak.

### Az Autograph IT-t (Interaktív Tábla) segítő funkciói

Tábla Mód - kattintson rá a bekapcsolásához vagy 'Nézet' => 'Beállítások' => 'Tábla mód' - "Többes választás Shift nélkül" – Virtuális billentyűzet – Tábla színösszeállítás használata – Minden vonal vastag

- Tábla módban nagyobb betűk, vastagabb vonalak vannak.

**Rajzolás** - ez a rajzokat egyenesen a grafikus munkalapon jeleníti meg. Sokkal jobb, mint egy IT íróeszköz: nem tűnik el visszaváltásnál, és a munkalaphoz "tartozik", tehát újraméreteződik, ha a tengelyeket megváltoztatják. Válassza ki a Rajzolást rákattinva, vagy használja a "Szerkesztés" => "Összes rajz kijelölése" útvonalat, hogy mozgathassa, megváltoztathassa a vastagságát, színét, vagy tö<u>r</u>ölhesse a rajzot.

Radír - használja úgy, mint egy táblatörlőt. Bármilyen objektum, amihez hozzáér, törlődik. Bármi, amit véletlenül töröl, visszaállítható a "Szerkesztés" => "Vissza" úton vagy a Ctrl-Z használatával.

Képernyő-billentyűzet - ki- és bekapcsolható a "Nézet" menüben: "Virtuális billentyűzet". A minimum konfigurációval (jobbra) irányíthatja a pontokat, objektumokat és kiválasztásokat. A "Shift" és a "Ctrl" bekapcsolva marad amíg mégegyszer rá nem kattint. Használja az 'Esc'-t a "Kijelőlés egérrel" módhoz való visszatéréshez, és mégegyszer ha törölni akarja valamilyen objektum kiválasztását. A 'PgUp' és a 'PgDn' a Konstansok menüsorban használható a konstansok közötti váltáshoz. A "Vissza" is megjelenik, valamint a "PtSc" (PrintScreen), ami lemásolja az adott képernyőt (képként).

**Data** Számadatok beírására, valamint a tengelyek tartományának beállítására [pi-t, TAB-ot, – (mínuszt) és a vesszőt (listákhoz) beleértve] szolgál.

**Text** Általános matematikai műveletek, szimbólumok megjelenítéséhez és a "Shift" használatának elkerüléséhez tervezték. Egyes karakterek, mint "<", ">", "+", "(", ")" mind váltóbillentyűk, itt azonban ezeknek külön gombjuk van, csakúgy mint a "sin", "cos", "tan", néhány általános kitevőnek (pl. -1, a szinusz inverzéhez az arcusszinuszhoz stb.) és szimbólumnak.

Extra A billentyűzet "Arial for Autograph Uni" betűtípust használ. Az "Extrák" görög betűket is tartalmaznak, amik az egyenleteknél konstansként használatosak. Pl: (x̄, ȳ), ∫sin²θ dθ

| togra | ph  |             |                |
|-------|---|-------------|----------------|
| Extra | -1         2         4         5         5         ×         h         ( )         ^         36         56         42           ±         √         π         ≤         2         >         sin         cos         tan         ^         +         0 | Text Data   | <b>π + × -</b> |
| Esc 1 |   | Feel Pal    | 7 8 9 +        |
|       | 1 2 3 4 3 6 7 8 9 9 0   | LOC - UP    | 4 5 6          |
| 5     | qwertyulopt[7]  | Del PtSc Ba | 1 2 3          |
| Caps  | a s d f g h j k l 1; @, ~, *  | 10 t Ctrl   | , 0 . Ent      |
| Û     | l <sub>1</sub> 2 × c v b n m ≤ > ? / ♀  |             |                |
| Ctrl  | Alt Alt Ctri  | ← ↓ →       | Si 🗢 Del       |



# A tengelyek szerkesztése

A TENGELYEK SZERKESZTÉSE - Sok módja van egy Autograph munkalap testreszabásának, az alábbi leírás használható az 1D, a 2D vagy a 3D munkalapokra is.

| brázolási tartomány                       | Címkék Tengel     | lybeállítások Megjelenés                         |                                    |
|---|-------------------|--|------------------------------------|
| Tartomány<br>Minimum<br>⇒ X:<br>n y:<br>4 | Maximum<br>6<br>4 | Segédtengelyek és ért<br>Auto Értékek<br>⇒x: ♥ 2 | ékek<br>Auto Segédtengelyek<br>V 1 |
| Auto, tartományok                         | Auto. skála       | ázás Egyenlő arányi                              | ok Egyenlő tartományo              |
|   |                   |  |                                    |

ÁBRÁZOLÁSI TARTOMÁNY: meghatározható a tartomány mérete, valamint a beosztások automatikus vagy kézi módon.

A négy gomb bármelyikét megnyomva felajánlja a lehetséges skálát, így az ellenőrizhető az "OK" előtt.

A megfelelő méretarány beállításához használja az Automatikus méretezés gombot (ugyanaz, mint az "Auto tartományok"). Bizonyos 2D-s trigonometriai függvényeknél az arányokat befolyásolja a fok/radián beállítás..



#### TENGELYBEÁLLÍTÁSOK:

12

Tengelybeállítások – Használja az "↑ Elrejtése"-t a függőleges tengely elrejtéséhez, pl. 2D-ben a számegyenes használatához.

Rács - a milliméterpapírnál használja az "osztásköz"-t. Kulcs - az egyenletkulcs helyének beállítása

(3D alapértelmezett beállítása: "Tengelyek a lapszélre")



CÍMKÉK: Bármilyen szöveget megadhatunk. A változók egyszerű betűk is lehetnek, pl. 'v' mint 'Sebesség (ms-1)' és 't' mint 'ldő (s)', amikor 'v=2t(1-t)'hez hasonló egyenleteket adunk meg.

└t Ez a 2D eszköztár beállítja 'x'-et 't'-re, valamint 'y'-t 'x'-re.

Ez a 2D eszköztár elrejti az 'y' tengelyt, az 'x' tengely számegyenesként funkcionál.

| Betűtípusok (grafikon)     | Színek és vonalak          |
|----------------------------|----------------------------|
|                            |                            |
| Tengely értékek: Betűtípus | Tengelyek: 📕 🔹 1/4 pt —    |
| Tengely címkék: Betűtípus  | Rács: 🔲 🔹 1/4 pt —         |
| Kulcs                      | Háttér:                    |
| Szöveg: Betűtípus          | Összeállítások             |
| Háttér:                    |                            |
| Szegély:                   | Valasztás: Alapértelmezett |

### MEGJELENÉS:

Itt állítható be a használandó betűtípus, a tengelyek és a rácsháló vonalvastagsága és színe, valamint a háttér színe. Használja az előre beállított értékeket egy sablon eléréséhez, pl. "Milliméterpapír".

3D-ben ezen a fülön kontrollálhatjuk az átlátszóságot is.







**1D**: az alapértelmezett tengelyek adatábrázoláshoz. A kulcsnak két része van, egy az adatoknak, egy az objektumoknak.



**2D**: Tengelyek 2D ábrázoláshoz. A kulcs ki van kapcsolva ("Nézet" menü)



**2D**: Polár koordinátás ábrázolás polár koordinátarendszerben, π-skálával, egyenlő osztásközzel



1D: Tengelyek valószínűség-eloszlás ábrázolásához. A címkék automatikusan változnak, de lehet szerkeszteni



**2D**: Trigonometrikus függvényábrázolás esetén az "Alapértelmezett tengelyek" gombbal beállíthatjuk a π-skálát ha a szögek radiánban vannak megadva.



13

**3D**: Egy határoló kocka látható. A háttér alapértelmezettként fekete...

# A konstansok kezelése



A KONSTANSOK a 2D és 3D munkalapokon az ott használt konstansokat kezeli:

**Egyenletek**, pl. y = mx + c; **koordináták**, pl. (a, b); **vektorok**, stb.

A szabad konstansok magukba foglalják az összes görög betűt, és minden latin betűt az 'e' [az exponenciális konstans jele], az 'i' és a 'j' [komplex számok jele], valamint a kivételével. A 't' vagy 'θ' használható, ha éppen nem paraméterek.

A Konstans-vezérlő a munkalaphoz 'tartozik', és az összes felhasznált konstanst kezeli az adott munkalapon. A konstansok mindegyike megjelenhet többször és különböző objektumokban vagy egyenletekben is. A kiválasztott konstans **értékei** a FEL/LE nyilakkal állíthatóak dinamikusan, a **lépésköz** pedig a JOBB/BAL nyilakkal.



14



# BEÁLLÍTÁSOK

Manuális: egy konstans közvetlen kezelése

**Görbesereg:** a 2D függvények konstansait állíthatja be Korlátlan számú függvény ábrázolható egyszerre a választott konstans megadott értékkészletével, vagy a felsorolt értékekkel.

Animáció: beállítható egy animáció, ami sorra alkalmazza a konstansokat 2D és 3D egyenletekben, valamint 2D és 3D koordinátákban és vektorokban.



Egy animáció lejátszásakor a vezérlőgombok **'Indítás/Szünet'**-re és **'Stop'**-ra változnak. A bal oldali gombok több animáció egyszerre történő elindításához használhatóak.





# Az animációk vezérlése

# Az ANIMÁCIÓ-vezérlő

- Az animációvezérlő a paraméterértékekhez tartozó animációt vezérli, például:
- 1D: 'n' és 'p' egy binomiális eloszlás paraméterei
- 2D: transzformáció, nagyítási arány transzformáció, szögforgatás egy pont x-koordinátája [y=f(x) függvény] egy pont t-koordinátája [parametrikus függvény]
- 3D: transzformáció, nagyítási arány egy pont t-koordinátája [parametrikus függvény]

Egy animáció felállításához válasszon ki egy paraméterrel rendelkező objektumot (pl. egy

nagyított forma). Kattintson a  ${\state{psilon}}$  gombra, ami megmutatja az összes animálható objektumot.

| Animáció beállításai - [n]   |
|--|
| Animáció típusa  |
| ○ Manuális<br>Animáció sebessége   |
| Automatikus (ismétlődő)  |
| 🔿 Automatikus (oda-vissza) 💦 👘 🖓 👘 🖓 👘 👘                                       |
| Animáció paraméterei   |
| Kezdőérték: 0 Végérték: 10 Lépésköz: 1   |
| ◯ <ezdőérték: 0="" 10="" 10<="" lépésszám:="" td="" végérték:=""></ezdőérték:> |
|  |
| OK Mégse Súgó  |



# ANIMÁLÁS

Kézi: paraméterek közvetlen megadása

Automatikus (ismétlődő): az animáció folyamatos ismétlése.

Automatikus (oda/vissza): oda-vissza lejátsza az animációt.



Az animáció-vezérlőn a gombok 'Indítás/Szünet'-re és 'Stop'-ra változnak.

15

MEGJEGYZÉS: az animálás a "Konstansok" => "Beállítások"on keresztül is elérhető.

(A 'Görbesereg' opció csak egyenletek konstansainál érhető el)





# Eredmények és az állapotjelző doboz

# 🚟 EREDMÉNYEK

Alapértelmezett beállításkéntként az Eredmények fül a jobb oldalon jelenik meg. Ha bezárta, akkor újra betöltheti az Eredmények gomb megnyomásával, vagy a 'Nézet' menüben az 'Eredmények' menüponttal.

Előfordulhat, hogy az Eredményeket egy másik alkalmazás nyitja meg (pl. 'Átvitel az eredményekhez' vagy 'Részletek megjelenítése'). Az Eredmények ablak a jobb oldalon jelenik meg, a grafikus felületet nem zavarja. Addig nyitva marad, amíg máshova nem kattint. Az ablak szélességének változtatásához húzza a **bal szélét** jobbra vagy balra.

Az Eredmények ablak jobb felső sarkában a gombostűt jelképező ikonra kattintva független ablakká változik.

- Fogja meg a kék címsort az egérrel, így az egér segítségével mozgathatja az ablakot, majd rakja le a grafikus terület egy másik részére.

 Duplán kattintva a kék címsorra a mozgatható, ill. a fix pozíció között válthat.

Az Eredmények ablak az egyenleteket és a statisztikai számítások eredményét tartalmazza. Mind 'Arial for Autograph Uni' betűtípussal jelenik meg.

Az ablak bármilyen kijelölt szövege átmásolható másik alkalmazásba (pl. Word). Beillesztés után miden formázás és betűtípus megmarad. Használhatja a jobbklikk menü 'Mindent másol' pontját az ablak tartalmának kijelöléséhez.

**1D Eredmények ablak** - automatikusan tartalmazza a Statisztika táblázatok tartalmát

1D Eredmények ablak - beállítható, hogy tartalmazza a
 Statisztika ablak tartalmát (kattintson ide: 'Átvitel az eredményekhez')
 2D Eredmények ablak - automatikusan tartalmazza a

Görbék egyenleteit (tangensek, merőlegesek, szakaszok, stb.)

**2D Eredmények ablak -** beállítható, hogy tartalmazza a kijelölt függvényt: 'Részletek megjelenítése' opció

**3D Eredmények ablak** - automatikusan tartalmazza a metszéspontokat: két görbe, két sík, három sík



# ÁLLAPOT ABLAK

Állapot

16

Cumulative Frequency Diagram (F) - Osztályozott adathalmaz 1: m=9,652; s=2,179

Az Állapot ablakot megnyithatja a "Nézet" => "Állapot ablak" útvonalon keresztül. Az ablak mozgatható és átméretezhető. Bezárásához kattintson duplán az ablakra vagy egyszer az ablak jobb felső sarkában található x-re.



# Szövegdoboz hozzáadása

# SZÖVEGDOBOZ (STATIKUS/ ÁLLANDÓ SZÖVEG)

Használja a jobb klikk menüt vagy kattintson a Szövegdoboz beszúrása ikonra az általános eszköztárban. A Direct-X szoftver megkötései miatt 3D-s munkalapba nem illeszthető szövegdoboz.

| Szövegdoboz sze   | rkesztése           | 2                |
|-------------------|---------------------|------------------|
| Szöveg            | at                  | <u> </u>         |
|                   |                     |                  |
|                   |                     |                  |
| Igazítás          |                     |                  |
| 💿 Balra           | O Középre           | O Jobbra         |
| Style             |                     |                  |
| Presets: Stilus k | iválasztása         | ~                |
| Betűtípus         | Szegély és kitöltés | Új alapbeállítás |
| ОК                | Mégse               | Súgó             |

# SZÖVEGDOBOZ (DINAMIKUS/ VÁLTOZÓ SZÖVEG)

Objektumok kijelölése után a "Szövegdoboz beszúrása" segítségével az objektumhoz tartozó, azzal dinamikusan változó címkét szerkeszthetünk. A szövegdoboz kétféle szöveget tartalmazhat:

- a statikus rész feketével jelenik meg - ez teljesen szerkeszthető -, valamint

- a dinamikus rész, ami pirossal jelenik meg a {{...}} zárójelek között. Ez a szöveg dinamikusan változni fog az objektum
- szerkesztésekor ill. mozgatásakor. • Objektumszöveg törlése - törli a dinamikus részt.

• Objektumszoveg tonese - tom a umamikus reszt.

• Statikus szöveggé alakítás - ez a dinamikus szöveget statikussá, teljesen szerkeszthetővé módosítja.

• *Részletes objektumszöveg* - kiírja az objektumhoz tartozó konstansok értékét.

 Csatolás (csak pontok esetében) - csatolhatja a szövegdobozt a ponthoz és beállíthatja a doboz ponttól való maximális távolságát..

Megnyitás után ide írhatja a beilleszteni kívánt szöveget. Ez utána bármikor szerkeszthető.

0.5 p 0.4 0.3 0.2 0.5 p 0.4 0.4 0.3 0.2 0.2 0.2 0.2

Windows szabvány szerint szerkeszthető a betűtípus és a keret is (átmenetes kitöltést is beállíthatunk). Néhány szövegdoboz sablon előre meg van adva. (pl. 'Jégkék', a legalsó, ez az alapértelmezett stílus)

• Új alapbeállítás: A jelenleg szerkesztett szövegdoboz stílusa lesz az alapértelmezett stílus.

A sárga rombuszt az egérrel

| Diszk<br>P   | rét valós<br>(r ≥ 3) =  | zínűségi :<br>0.9453 =  | számítá<br>• 94.53                                       | isok:-                            | 5                           | /                  |   |
|--|---|---|--|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------|---|
| Diszk<br>P   | rét valós<br>(r ≥ 3) =  | zínűségi s<br>0.9453 =  | számítá<br>= 94.53                                       | sok:<br>%                         |                             |                    |   |
| 2  |   | 5   | 6  | 7                                 | 8                           | ġ                  |   |
| Cumulat<br>adatha  | ive Freque<br>Imaz 1: m   | ncy Diagram<br><b>=9,652; s</b> =                                     | n: {{(F) -<br>=2,179}}                                   | Osztá                             | lyozol                      | t                  |   |
| Cumula<br>adatha   | ive Freque<br>Imaz 1: m<br>ktumszöveç   | ncy Diagram<br><b>=9,652; s=</b><br>g törlése                         | n: <b>{{(F)</b> -<br>=2,179}}<br>Statik                  | Osztá<br>us szöve                 | <b>lyozol</b><br>eggé al    | t<br>akítás        |   |
| Szoveg<br>Cumula<br>adatha<br>Obje   | ive Freque<br>Imaz 1: m<br>ktumszöveg<br>letes objek  | ncy Diagram<br><b>=9,662; s=</b><br>g törlése<br>tumszöveg            | n: <b>{{(F)</b> –<br>=2,179}}<br>Statik                  | Osztá<br>us szöv                  | <b>lyozo</b> l<br>eggé al   | t<br>akítás        | ) |
| Szoveg<br>Cumulal<br>adatha<br>Obje<br>Rész<br>Igaztás   | ive Freque<br>imaz 1: m<br>ktumszöveç<br>letes objek<br>ra                                      | ncy Diagram<br>= <b>9,662; s=</b><br>g törlése<br>tumszöveg           | n: <b>{{(F) -</b><br>= <b>2,179}}</b><br>Statiki<br>épre | Osztá<br>us szövi                 | lyozol<br>eggé al<br>O Jobb | t<br>akítás<br>ora | ) |
| Szövég<br>Cumulai<br>Cobje<br>Rész<br>Igazítás<br>Csatolás<br>Csatolás   | ive Freque<br>Imaz 1: m<br>ktumszöveg<br>letes objek<br>ra                                      | ncy Diagram<br>=9,662; s=<br>g törlése<br>tumszöveg<br>Köz<br>Köz     | n: <b>{{(F)</b> -<br>= <b>2,179}}</b><br>Statik<br>épre  | Osztá<br>us szöve<br>(<br>volság: | lyozof<br>eggé al<br>O Jobb | t<br>akítás<br>ora | ) |
| Szövég<br>Cumulai<br>adathe<br>Obje<br>Rész<br>Igazitás<br>Obje<br>Rész<br>Igazitás<br>Obje<br>Rész<br>Igazitás<br>Obje<br>Rész<br>Választás | ive Freque<br>Imaz 1: m<br>ktumszöveg<br>letes objek<br>ra<br>stolás ponth<br>is<br>Stílus kivá | ncy Diagram<br>=9,662; s=<br>g törlése<br>tumszöveg<br>Köze<br>noz Ma | r: <b>{{(F)</b> -<br>=2,179}}<br>(Statik<br>épre         | Osztá<br>us szöv<br>(             | lyozot<br>eggé al<br>) Jobb | akítás<br>ora      |   |

17



# Rajzolási beállítások szerkesztése

A legtöbb objektum megjelenését ebben a párbeszédablakban lehet beállítani. Előhívásához jelölje ki a módosítani kívánt objektumot, majd a jobbklikk menüben válassza ki a "Formátum"-ot.

Ha egynél több objektumot jelöl ki, akkor mindre vonatkozni fog a beállítás..

#### VONALTÍPUS:

Bármely görbével leírt objektum esetén alkalmazható.

#### Vastagság:

Az általános eszköztárban található "Vonal vastagsága" ikon segítségével is beállítható.

#### Szaggatottság:



# Bármely ábra, vonal vagy vektor esetén alkalmazható



Az általános eszköztárban található "Vonal színe" ikon segítségével is beállítható.

KITÖLTÉS (pl. alakzatnál és hisztogramnál)

# Szín 1:



#### Szín 2:

Itt adható meg a második szín, az **'Színátmenet'** bekapcsolása esetén. *[3D-ben nem elérhető]* 

#### Szög:

18

Ez adja meg az átmenetes kitöltés szögét.

#### Átlátszóság:

A % megadásához használja a csúszkát vagy írjon be egy számot. 0% = tömör; 100% = teljesen átlátszó.





#### **OBJEKTUMOK ELREJTÉSE/FELFEDÉSE**

**Objektumok elrejtése:** egy vagy több objektumot el lehet rejteni a jobbklikk-menü 'Objektumok elrejtése' pontjának használatával.

**Objektumok megjelenítése:** Ha megtalál és kijelöl egy rejtett objektumot, akkor a jobbklikk-menü 'Objektumok megjelenítése' pontjával megjelenítheti azt.

**Elrejtett objektumok megjelenítése:** Ez az opció az összes rejtett objektumot megjeleníti..



# Utasítás munkalap szerkesztése



#### Használja a jobbklikk menüt:

- magas szintű objektum (pl. grafika) létrehozásakor.
- a kiválasztott objektum szerkesztésekor.

Kiválasztások: SHIFT-tel vagy anélkül:

- a "Nézet" => "Beállítások" útvonalon keresztül.

- Az alapértelmezett beállítás, hogy többszörös kijelöléshez "Shift"-et használunk, kivéve Tábla módban. 🖵

Egér funkciók: "Kijelölés egérrel".

- Vagy kattinson ide: 🕅 vagy nyomja meg az ESC-t. Az ESC újbóli megnyomásával bármilyen objektum kijelölését megszünteti.

#### A Ctrl billenytű néhány hasznos funkciója:

- 2D pont mód: + Ctrl –al a pontot vagy egy METSZÉSPONTRA helyezhetjük rá, vagy az f(x) = 0-ra, ill. az f(x) = g(x)-re.

- 3D vonszolási mód: 🔍 ++ Ctrl közelít ill. távolít az egér fel-/le mozgatásával.

www.autograph-maths.com



www.autograph-maths.com





www.autograph-maths.com



# 1D: Az Egyszerűsített és a Normál mód





### AZ 1D statisztika munkalap: Alap JOBB-klikk MENÜ

Új osztályozott adathalmaz...
 Új adathalmaz...
 Új doboz-bajusz ábra...
 Új eloszlás...
 Szövegdoboz beszúrása...

22

#### Új osztályozott adathalmaz

Állítsa be az osztályintervallumok határait. A gyakoriságokat vagy beírja az ablakba pontosvesszővel elválasztva, vagy a program maga kiszámolja a megadott adathalmazokból.

- Új adathalmaz *Írja vagy másolja be az adatokat, ill. állítsa elő az Autograph beépített valószínűség-eloszlásai segítségével.* Box and Whisker Diagram
  - Létrehozhat Box and Whisker diagramot.
  - Új eloszlás [Csak Normál módban] Diszkrét vagy folyamatos eloszlás.
  - Szövegdoboz beszúrása Helyezzen el szövegdobozt a grafikus területen.



# 1D: A statisztikai eszköztár

#### **AZ 1D STATISZTIKA MUNKALAP** Hisztogram - a megadott adatok alapján **ESZKÖZTÁRA** $\checkmark$ † × Eloszlásfüggvény - a megadott adatok alapján Gyakoriság: f - x; a tengelyeket átcímkézi F × Box and Whisker diagram - a megadott adatok Eloszlás függvény: F-x; a tengelyeket átcímkézi alapján f[x] |× Folytonos sűrűségfüggvény: f(x) - x; a tengelyeket <u>.....</u> Pont diagram - a megadott adatok alapján átcímkézi % × Mintavétel és átlagolás [Csak Normál Százalékos: % - x; a tengelyeket átcímkézi módban] Diszkrét eloszlás: p - r; a tengelyeket átcímkézi պես Átlag ± 3 szórás A tengelyek címkéit a "Tengelyek" => "Tengelyek szerkesztése" menüpontban is módosíthatja. $\sim$ Az új statisztikai objektumok automatikusan meg-Grafikon - diszkrét adatsorból kapják a megfelelő címkét és tartományt. Mozgóátlag Automatikus méretezés - A 'Grafikon'-ból **HHHH** Diszkrét kirajzolás Területarányos valószínűségek Folytonos kirajzolás Z Eloszlás függvény mérések Ezek a gombok nem jelennek meg az Egyszerűsített módban, de beállíthatja az Valószínűség számítások eloszlás típusát az "Új osztályozott adathalmaz" [Csak Normál módban] párbeszédablakban az "Adat típus"-nál. 譁 Statisztikai táblázat Új osztályozott adathalmaz az adathalmaz néhány statisztikai alaptulajdonságát tartalmazza Új adathalmaz Σ× Statisztika ablak Új Box and Whisker diagram **E**|**E**-Stem and Leaf Diagram Új eloszlás - az adathalmazból A jobbklikk menüből is elérhetőek ezek az eszközök

# AZ ADATKULCS (balra) és az OBJEKTUMKULCS (jobbra)

|     |        | X<br>Adathalmaz 1<br>Osztályozott adathalmaz 1           | Cumulative Frequency Diagram Mintavétel és átlagolás Hisztogram |
|-----|--------|--|---|
| Hio | rtoare | m (D – Oestéluezett edethelmez 1: n=60: m=33.32: e=7.464 | Normál  |

Az ADATKULCS az ablak bal alsó részében található. Felsorolás szinten tartalmazza az addig megadott adathalmazokat Ha több adathalmazt adott meg, akkor bármelyikre rákkattinhat, ezzel azt 'aktuálissá' téve, így ahhoz objektumokat hozhatunk létre. A különböző típusú adathalmazokat különböző szimbólumok jelölik (I. lent). Az adathalmaz szerkesztéséhez kattinson rá duplán az adatkulcsban.

Az OBJEKTUMKULCS a jobb oldalon az aktuális adathalmazból létrehozott objektumokat mutatja. Egyszerre csak egy objektum lehet 'aktuális'. Ehhez kattintsunk rá a grafikus felületen vagy az objektumkulcsban. KULCS: Megadott nem osztályozott

adatok

Mintavételezett, osztályozott 🕀 adathalmaz

Megadott osztályozott adathalmaz

23

# 1D: Osztályozott adathalmaz



Új osztályozott adathalmaz párbeszédablaka
 adathalmazból vagy új adathalmazzal

| в. |   | Ŀ. |  |
|----|---|----|--|
|    | > |    |  |
|    |   | Z  |  |
|    | - | 4  |  |

| Adathalmaz   |   |                             |
|--|---|-----------------------------|
| Elnevezés: Osztál  | yozott adathalmaz 1   |                             |
| Destálvintervallumo  | klady chl   |                             |
|  |   | 1. 4. 1.0                   |
|  | Max: 100 Oszt. s  | zelesseg: 10                |
| 🔵 Egészek (p.l: 0-2  | 20): 0-6 Extra o  | sztály (max-hoz): [         |
| ) (ézi mercadás (a   | lsó batárok + utolsó é )  | Úliraczámolác               |
| Cermegadas (a  |   | Ojruszamolas                |
|  |   |                             |
| 0; 40; 50; 55; 60; 1   | 100   |                             |
| 0; 40; 50; 55; 60; 1   | 00  |                             |
| 0; 40; 50; 55; 60; 1<br>Svakoriságok   | 00  | Contraction                 |
| 0; 40; 50; 65; 60; 1<br>ayakoriságok<br>O Adathalmazból                                    | <ul> <li>Táblázatos bevitel</li> </ul>                                  | Szerkesztés                 |
| 0; 40; 50; 65; 60; 1<br>ayakoriságok<br>O Adathalmazból<br>O Kézi megadás (f               | •••• Táblázatos bevitel<br>pontosvesszővel elvál.)                      | Szerkesztés<br>Újraszámolas |
| 0; 40; 50; 65; 60; 1<br>Syakoriságok<br>O Adathalmazból<br>O Kézi megadás (p               | <ul> <li>Táblázatos bevitel</li> <li>pontosvesszővel elvál.)</li> </ul> | Szerkesztés<br>Újraszámolas |
| 0; 40; 50; 55; 60; 1<br>āyakoriságok<br>O Adathalmazból<br>O Kézi megadás (p               | <ul> <li>Táblázatos bevitel<br/>pontosvesszővel elvál.)</li> </ul>      | Szerkesztés<br>Újraszámolos |
| 0; 40; 50; 55; 50; 1<br>Gyakoriságok<br>Adathalmazból<br>Kézi megadás (p                   | Táblázatos bevitel<br>pontosvesszővel elvál.)                           | Szerkesztés<br>Újraszámolos |
| 0; 40; 50; 55; 60; 1<br>Syakoriságok<br>O Adathalmazból<br>O Kézi megadás (p<br>udat típus | Táblázatos bevitel     pontosvesszővel elvál.)                          | Szerkesztés<br>Újraszámolos |

### ADATTÍPUS

24

• Folytonos: Az osztályintervallum határai a megadott értékek

Diszkrét, megadott egységekkel

(pl: 1): Az osztályintervallum határai a beállítotthoz képest balra tolódnak a megadott egység felével



#### 🕀 🌒 ADATHALMAZ

 Elnevezés: Írja be a nevet, ez fog az Adathalmaz-Kulcsnál megjelenni.

**OSZTÁYLINTERVALLUMOK** - válasszon ki egyet a háromból!

♦ Min, Max és Osztály-szélesség értékek megadása Az elfogadott szabály: a ≤ x < b. Létrehozhat egy új osztályt, ami b-t tartalmazza ha bejelöli az 'Extra osztály max-hoz' négyzetet.

Az osztályszélesség az "Objektum animálása" gombbal változtatható.

#### Egészek

Akkor használja, ha minden előforduló szám egész, pl. Lottószámok (1-90), kockadobás (1-6). Ugyanazt jelenti mint az '1'-es osztályszélesség.

Kézi megadás (alsó határok és utolsó érték)
 Lehetőség nyílik egyenlőtlen osztályintervallumok megadására.

#### Újraszámolás

Idekattintva láthatja az éppen használt osztályintervallumokat.

GYAKORISÁGOK - válasszon egyet a két opcióból:

#### Adathalmazból

Ez megnyitja az "Adathalmaz szerkesztése" szövegdobozt, és megmutatja az adathalmazt. A gyakoriságokat a program az osztályintervallumok alapján automatikusan kiszámolja.

# Kézi megadás (pontosvesszővel elválasztva) Annyi értéket adjon meg, ahány osztály van.

Újraszámolás (csak a megadott adatokkal) Idekattinva láthatja a megadott (vagy módosult) kiszámolt aktuális gyakoriságot.

### + TÁBLÁZATOS BEVITEL

Az osztályok az osztályba eső elemek száma táblázatban adhatók meg. Az 'x' oszlop mutatja az osztályintervallum kezdetét. Az utolsóként megadott x érték az utolsó osztályintervallum végpontja. A két oszlopot feltölthetji a táblázatkezelőből. Beállíthatja a fejléceket is

A fejléc szerkeszthető is (jobbklikk-menü), és használható egy adathalmaz neveként vagy az x-tengely címkéjeként.

Másol/Beszúr: másolhatóak és beszúrhatóak az adott értékek Egészek (1...n): az 'x' oszlopot 1,2,3,...-mal tölti fel

Import/Export: CSV fájl-formátum.



# 1D: Új adathalmaz hozzáadása

### Adathalmaz szerkesztése párbeszédablak - rendezve vagy rendezetlenül.



#### **ADATÁTVITEL**

Álljon az oszlop fölé az egérrel, majd a jobbklikk menüből válassza a 'Mindent kijelöl' (Ctrl+A), majd a 'Másol' (Ctrl+C) opciót, és illessze be az adatokat a kívánt helyre.

| pusok                    |                     |
|--------------------------|---------------------|
| 💽 Egyenletes (diszkrét)  | 🔘 Geometriai        |
| C Egyenletes (folytonos) | 🔵 Egyéni (diszkrét) |
| 🔿 Binomiális             | 🚫 Normál            |
| O Poisson                | O f(x)              |

### MINTAVÉTELEZÉS

Mintavátelezés az Autograph bármelyik beépített valószínűségi eloszlásából.

- Mintaméret (max 5000)
- + Eloszlás típusa, eloszlás szerkesztése
- Mintavételezés

A mintavételezett adat hozzáadódik az eddigi adatokhoz.

# 🕀 🕀 NYERSADATHALMAZ

- Az adathalmaz megadásának többféle módja van:
- Vagy: Adja meg az adatokat egyenként "Enter"-rel elválasztva.

 Vagy: Kattintson a legfelső cellára, és illesszen be egy oszlopot a táblázatkezelőből. Ha az első sor szöveg, akkor az lesz a 'oszlop fejléce'.

 Vagy: használja az Import - Export gombot Az oszlop adatai importálhatók az elmentett CSV (vesszővel elválasztott érték) fájlból, ami Excel-kompatíbilis.

#### Transzformálás

Adjon meg bármilyen f(x) képletet. Kattintson a "Transzformál" gombra az adatok transzformálásához

#### AZ OSZLOPFEJLÉC SZEREPE

A fejlécet használhatja az adathalmaz neveként vagy tengelycimkeként is. Az oszlopfejlécet a következőképpen szerkesztheti: Álljon az oszlop fölé az egérrel és a jobbklikk menüből válassza az "Oszlopfejléc szerkesztése" menüpontot.

#### MŰVELETEK AZ ADATHALMAZON

Használja a "Másol", "Beszúr", "Adatok törlése" és "Rendezés x" gombokat, ha szükséges.

#### Adathalmaz szerkesztése

Elérhető az "Adatfelvétel menüből" az "Új adathalmaz" opción keresztül, vagy később a jobbklikk menü "Új adathalmaz" opcióiával.

#### DISZKRÉT ELOSZLÁS

| Kiválasztás                     | Paraméterek   | Alapért. p.m. | Várható érték, Szórás                             |
|---------------------------------|---------------|---------------|---|
| <b>Egyenletes</b><br>(diszkrét) | a, b          | r = 1, 2 6    | $\mu = (a + b)/2$<br>$\sigma^2 = (b-a)(b-a+2)/12$ |
| Binomiális                      | n, p          | B(10, 0.5)    | $\mu = np, \sigma^2 = npq$                        |
| Poisson                         | m             | Poi(4)        | $\mu = \sigma^2 = m$                              |
| Geometriai<br>Egyéni            | р             | G(0.5)        | $\mu = 1/p, \sigma^2 = q/p^2$                     |
| (diszkrét)                      | p(0), p(1), p | o(r)          |   |

### FOLYTONOS ELOSZLÁS

| Kiválasztás               | Paraméterek     | Alapért. p.m.                       | Várható érték, Szórás                          |
|---------------------------|-----------------|-------------------------------------|--|
| Egyenletes<br>(folvtonos) | a, b            | –2 ≤ x < 2                          | $\mu = (a + b)/2$<br>$\sigma^2 = (a - b)^2/12$ |
| Normál                    | μ, σ            | N(0, 1)                             |  |
| f(x)                      | f(x) és tetszől | eges g(x), és t<br>f(x) = x² tarton | artományok<br>nány: –2 ≤ x < 2                 |
|                           |                 |                                     |  |

Egy vagy több adathalmaz 'keverhető'.



# 1D: Hisztogram, grafikus ábrázolás



Egy hisztogram osztályozott adathalmazból (megadott adathalmazzal), lineáris közelítőfüggvénnyel. Használja a Rajzeszközöket a megjelenés szerkesztéséhez.



Két hisztogram az x tengely két oldalára felépítve, az egyik az "alulról építkező" a másik a "felülről építkező" opcióval hozható létre. Használja az "automatikus méretezés"-t, a megfelelő skála beállításához.



Az adathalmaz két nézete egyenlőtlen osztályintervallumokkal: 0, 40, 50, 55, 60, 100. Amikor a **gyakoriság léptékének** beállításánál az Egységet 1-re állítjuk, a hisztogram területe n.

26

### HISZTOGRAM

A hisztogram a megadott osztályokban előforduló elemek gyakoriságát mutatja. Létrehozható bármilyen osztályozott adathalmazból



#### Gyakoriság léptékének beállítása

Válassza a 'Gyakoriság léptékének beállításá'-t. Egység = 1  $\Rightarrow$  a hisztogram alatti egész terület = n. Egység = 1/n  $\Rightarrow$  a terület = 1 (relatív gyakoriság diagram).

#### Alulról/felülről építkező

Két hasonló hisztogram összehasonlítására nyílik lehetőség. Használja az Autoscale-t a tengelyek megfelelő méretezésére.

#### + Lineáris közelítés mutatása

Összeköti az oszlopok tetejének felezőpontjait. Ahhoz, hogy a lineáris közelítő-függvény 0-ról induljon és 0 legyen a végső értéke, hozzon létre "pótosztályokat" mindkét végén úgy, hogy az adatkulcsban kiválasztja az adott adathalmazt, majd dupla kattintással előhívja az "Osztályozott adathalmaz szerkesztése" ablakot. Itt bővítse az osztályok tartományát

### Folytonos Diszkrét

E két gomb Normál módban az eszköztáron található, de elérhető az Új osztályozott adathalmaz párbeszédpanelen is az adattípusnál. 1D Statisztikai munkalapon hisztogram ábrázolásánál az alapbeállítás a Folytonos opció. Az *Autograph* ekkor a beállított a  $\leq x < b$  osztályintervallumokat veszi alapul. Ha a Diszkrét opciót választja, és az egységet m-re állítja, az osztályintervallum a–m/2  $\leq b < b$ –m/2-be eltolódik. m=1 esetén az egész hisztogram 0,5 egységgel balra tolódik.









#### ADATHALMAZ MEGADÁSA

Ha osztályozni szeretné az adatokat (pl. Hisztogram vagy Eloszlás függvény rajzolásakor):

 
 • Új osztályozott adathalmaz – ez a párbeszédablak osztályozott adathalmazt hoz létre megadott adathalmazból 
 • vagy kézi megadással.

 Az "Adathalmazból" vagy az "Új adathalmaz" opciók kiválasztása esetén klikkeljen a Szerkesztés gombra!

<sup>■</sup> **+** Új adathalmaz – ez a párbeszédablak osztályozatlan adathalmaz **⊕** létrehozását teszi lehetővé. Az adathalmaz utólagos osztályzásához használja az "Adathalmaz osztályzása" jobbklikkopciót. Új osztályozott adathalmaz...
 Új odathalmaz...
 Új oboz-bajusz ábra...
 Új eloszlás...
 Ponthalmaz szerkesztése...
 Adathalmaz osztályozása...
 Adathalmaz törlése
 Szövegdoboz beszúrása...
 Doboz-bajusz ábra
 Pont diagram
 Mintavétel és átlagolás
 Átlag ±3 szórás
 Statisztika ablak

27



28

#### Kumulatív gyakoriság diagram szerkesztése ? Beállítások 📀 Kumulatív gyakoriság O Percentilisek Megjelenítés Simított ábrázolás O Lineáris ábrázolás Görbe szögletesség: 60 % 💲 Mégse Súgó OK







### Eloszlásfüggvény

1D: Eloszlásfüggvény és Box and Whisker

+ Az eloszlásfüggvény opció bármely osztályozott adathalmaz esetén elérhető. Beállítások

Kumulatív gyakoriság - a függőleges tengely gyakorisági skáláját használja

Percentilisek – százalékos skálán mutatja az eloszlásfüggvényt, maximum gyakoriság = 100%

Megjelenítés:

Simított ábrázolás: másodfokú görbéket illeszt 3 ponton keresztül

Görbe-szögletesség: 100% az egyenes-szakaszok Lineáris ábrázolás: egyenes szakaszokkal

#### 🗹 Eloszlásfüggvény Beállítások

Percentilisek megadása (függőleges tengelyen): AK (25%), Medián (50%), FK (75%), vagy Egyedi (adjon meg egy x értéket vagy az eloszlásfüggvény értékét (F). [AK = alsó kvartilis, FK = felső kv.] x-érték (vízszintes tengely) (az alapértelmezett megközelíti 'x' minimumát) Kirajzolás után mindkét vonalon láthatunk egy kis

sárga gyémántot, amely vonszolható, hogy metssze az eloszlásfüggvényt.

#### BOX AND WHISKER DIAGRAM Adatforrás

A diagram doboz (box) alakú részében a függőleges határok az alsó- és felső kvartiliseket jelzik, a mediánt egy függőleges szakasz jelöli a boxban. A bajusz (whiskers) végpontjai az adathalmaz határai.

Az adatok forrása lehet az osztályozott adathalmaz vagy az adathalmaz (ha van).

#### Percentilis számítások

Az AK (alsó kvartilis)/FK (felső kvartilis) a legkisebb/legnagyobb érték és a medián között középen elhelyezkedő adat számértéke a rendezett mintában.

A medián (közép) annak az adatnak a számértéke, amelyik a rendezett minta közepén van.

#### Osztályozott adathalmaz

A kvartilisek és a medián meghatározása lineáris interpolációval történik. Az eredményül kapott határok csak akkor vannak összhangban az eloszlásfüggvénnyel ha a Lineáris ábrázolás opciót előzőleg kiválasztottuk az eloszlásfügg-vény párbeszédablakában.



# 1D: Pontdiagram és grafikon









# 

A pontdiagram bármilyen adathalmazból előállítható (akár osztályozott, akár nem). A diagram a párbeszédablak beállításai szerint jelenik meg:

♦ Köztes hely (⇒ vízszintes): osztályozza az adathalmazt. Az osztályintervallumok szélessége a megadott érték lesz. Az osztályintervallum határain ábrázolja a megfelelő számú pontot.

♦ Köztes hely (↑ függőleges): beállíthatja a pontok közötti függőleges térközöket.

# M GRAFIKON

Egy grafikon bármilyen diszkrét eloszlású osztályozott adathalmazból előállítható.

\*\*\*\* Beállítható a Diszkrét kirajzolás gombra kattintva, vagy az "Osztályozott adathalmaz szerkesztése" ablakban. Új adathalmaz előállításához menjen az "Adatfelvétel" => "Új osztályozott adathalmaz" menüpontra és jelölje be az "Új adathalmaz"-t, majd menjen a Szerkesztés gombra. Töltse ki a táblázatot a megfelelő értékekkel.

Az "Egészek 1..n" opció az 1,2...n egész értékekkel tölti fel az x oszlopot. Ez semmiben nem különbözik a gyakoriság pontosvesszővel elválasztott listakénti megadásától vagy az "Egészek" opciót használni az osztályintervallumok megadásánál.

### 🞽 MOZGÓ ÁTLAG

A grafikont kijelölve a mozgóátlag gomb aktívvá válik. Beállíthatja az egységet (alapértelmezett: 4). A mozgóátlag-értéket az Excel-lel ellentétben az osztályintervallum közepén jelenik meg

### A PONTOK MOZGATÁSA

Ha bármilyen önálló pontot kijelöl a grafikonon, azt fel és le mozgathatja a FEL/LE nyilakkal, megfigyelheti ennek hatását a mozgóátlag grafikonon. Használja a JOBB/BAL nyilakat különböző pontok kijelöléséhez. Ez a folyamat nem változtatja meg az adathalmazt.

A Mozgóátlag 'Egysége' animálható.

www.autograph-maths.com

Σ

# 1D: Statisztikai táblák



| Folvott ó   | rtékek R(1:6): u=9         | 2.5: σ²=2.917  |  | -                                  |
|-------------|----------------------------|--|--|------------------------------------|
| r           | P(X=r)                     | P(X≤r)   | P(X≥r)   |                                    |
| 1           | 0.1667                     | 0.1667   | 1  |                                    |
| 2           | 0,1667                     | 0,3333   | 0,8333   |                                    |
| 3           | 0,1667                     |  | 0.0007   |                                    |
|             |                            |  |  |                                    |
| 4           | 0,1667                     | Ha kijelöl eg  | y reszt az Eredmen   | iyek                               |
| 4<br>5      | 0,1667<br>0,1667           | Ha kijelöl eg<br>ablakban, kii                                   | y reszt az Eredmen<br>násolja (Ctrl-C), ma   | iyek<br>ajd "Ric                   |
| 4<br>5<br>6 | 0,1667<br>0,1667<br>0,1667 | Ha kijelöl eg<br>ablakban, kii<br>Text" formáti<br>helyre, a bet | y reszt az Eredmen<br>násolja (Ctrl-C), ma<br>umban illeszti be a<br>űtípus és a formáza | iyek<br>ajd "Ric<br>kívánt<br>ások |

# **STATISZTIKA TÁBLÁZAT**

Ez az opció bármilyen osztályozott adathalmazra elérhető (akár megadott adathalmazra, akár új adathalmazra). Az adathalmazra vonatkozó statisztikai információk az Eredmények ablakban jelennnek meg. Az osztályintervallumok folytonos, ill. diszkrét eloszlások esetében:

Folytonos eloszlás esetén Az osztályintervallumok pl.:  $0 \le x \le 20, 20 \le x \le 40, stb.$ 

Diszkrét elsozlás esetén

Az osztályintervallumok pl.:  $0 \le x \le 19$ ,  $20 \le x \le 39$ , (ha a valószínűségi változók egész értéket vehetnek fel), stb.

| Adathalmaz                  | Osztályozott adathalmaz  |
|-----------------------------|--------------------------|
| Minták száma, n: Ismeretlen | Minták száma, n: 44      |
| Átlag, ×: Ismeretlen        | Átlag, x: 67,5           |
| Szórás, x: Ismeretlen       | Szórás, x: 20,5382       |
| Tartomány, x: Ismeretlen    | Módusz osztály: 73-      |
| Alsó kvartilis: Ismeretlen  | Alsó kvartilis: 55,0833  |
| Medián: Ismeretlen          | Medián: 76,6429          |
| Felső kvartilis: Ismeretlen | Felső kvartilis: 83,3214 |
| Semi I.Q. Range: Ismeretlen | Semi I.Q. Range: 14,119  |

# STATISZTIKA ABLAK

⊕ ⊕ ● Ez az opció minden fajta adathalmaz esetén elérhető. Összehasonlítást ajánl az Adathalmaz és az Osztályozott Adathalmaz statisztikai jellemzői között.

Az Autograph a mediánt és a kvirtiliseket lineáris interpolációval határozza meg az intervallum közepének értékei alapján. A számítások az aktuális adatok rendezett listáját használják.

|   | ~ |
|---|---|
|   |   |
| Stem and Leaf Diagram for Exam Scores, % (64 candidates, m = 68.8, s = 11.4): |   |
| 10:   |   |
| 20:   |   |
| 30: 3 8   |   |
| 40: 5   |   |
| 60: 0 2 2 2 4 4 4 5 6 7 7 8 8 8 9 9   |   |
| 70:0001111122222222566667777999   |   |
| 80: 0 0 0 2 2 2 2   |   |
| 90: Z   |   |
|   | ~ |
| E   |   |

30

### **III** STEM AND LEAF DIAGRAM

Ezt a funkciót Osztályozott Adathalmazoknál lehet elérni, és a diagram az Eredmények ablakban jelenik meg.

A szár (stem) az egyes osztályintervallumok minimumát mutartja. A levél (leaf)/levelek az egyes osztályintervallumokba tartozó mintákat jelölik. A levél értéke a minta és a szárban tatlálható szám különbsége.

Ez a diagram diszkrét eloszlásoknál a leglátványosabb, ha a mintáink egész számok. A Stem and Leaf diagram az Eredmények ablakban jön létre. Innen kimásolható (kijelölés után Ctrl-C) és a kívánt helyre beilleszthető (Ctrl-V).



# 1D: Exportálás az MS Wordbe



www.autograph-maths.com

# 1D: Mintavétel és mintaátlag







Egyszeri mintavételezés. Az 1000 elemszámú adathalmazból 5 elemet véletlenszerűen kiválasztva (fekete nyilak) ezek átlaga (színes négyzet).



Dobókockával dobott értékek (1, 2, 3, 4, 5, 6). Ha növeli a Minta méretét, a centrális határeloszlás tétel értelmében a vett minták átlagai közelebb kerülnek a várható értékhez.

32

### MINTAVÉTEL ÉS ÁTLAGOLÁS

Nagyméretű adathalmaz létrehozásához jó módszer az "Adatfelvétel" =>"Új adathalmaz" útvonalon elérhető párbeszédablak "Mintavételezés" opciójának használata (először be kell állítani az Eloszlás típusát). Bármely eloszlásnál a maximális mintaméret 10 000. Az első példa a bal oldalon egy 10 000-es minta egy folytonos gyakoriságfüggvény.

#### MINTAVÉTELEZÉS

Minta mérete, 'n' (max 10 000)
 Adja meg a kívánt méretet (minimum n = 1)

### Egyszeri mintavételezés

A minták egyes értékeit fekete nyilak jelölik a vízszintes tengelyen, a mintaátlagot pedig egy színes négyzet. • Mintaátlagok törlése

### Az összes Mintaátlagok értéket törli, a

párbeszédablakot nyitva hagyva.

Mintavátolozás

### Mintavételezés

Adja meg a minták számát (alapért. = 100). Többször is megnyomhatja ezt a gombot. Minden alkalommal nő a mintaátlagok száma a "Mintaátlagok" oszlopban, és egy pontgrafikont hoz létre a grafikus felületen, ahol a pontok a mintaátlagot jelölik.

#### VETT MINTÁK ÁTLAGAI

Ez az adatoszlop kijelölhető (Ctrl-A), másolható (Ctrl-C) és beilleszthető (Ctrl-V) a kívánt helyre.

PONTGRAFIKON SZERKESZTÉSE

Beállíthatja az ábrázolt pontok közötti vízszintes és függőleges térközöket.

#### STATISZTIKÁK

Megfigyelheti a centrális határeloszlás tétel érvényességét:

# Mintaátlagok száma: 500

| Varhato ertek, m: | 3.47672  |
|-------------------|----------|
| Std. szórás., s:  | 0.226717 |



# 1D: Valószínűségi eloszlások

A Normál mód 1D munkalap jobb gomb menüjének segítségével létrehozhatunk Új eloszlást:



#### DISZKRÉT eloszlású valószínűségi változók

A valószínűségi változók egész értékeket vehetnek fel. Az előfordulási valószínűségek összege 1. A valószínűségek hisztogramon láthatóak és az eloszlás is kiszámítható.

FOLYTONOS eloszlású valószínűségi változók Az eloszlás terület alapján számítható ki; teljes terület = 1.

Minden diszkrét eloszláshoz generálhat Statisztikai táblázatot, amely tartalmazza az eloszlásfüggvény értékeit is.

Az animáció vezérlő bármely eloszlás-paramétert képes animálni; ennek megfelelően fog változni az eloszlás.



- A Binomiális, a Poisson és a Normális eloszlás a megadott paraméterekkel automatikusan előállítható.
- Az átlag ± 3 szórás opció elérhető bármely eloszlás esetén
- Használhatja az 'Automatikus méretezés' opciót bármely eloszlás kirajzolásakor. Az első kirajzolás automatikusan méreteződik és címkéződik.
- Bármikor szerkesztheti a tengelyeket kézileg.

■ •, ∠ • Minden eloszlás kirajzolásakor külön beállíthatja a vonal színét és vastagságát.

**P**, **i** a gombok a tengelyek megfelelő címkézéséhez használhatóak.

#### + VALÓSZÍNŰSÉG SZÁMÍTÁSOK

Minden eloszláshoz kiszámíthatja bizonyos intervallumba esés valószínűségét

#### Diszkrét eloszlás:

Megadhatja az intervallum alsó és felső határát, vagy az eloszlásfüggvény megadott értékére visszakeresheti a valószínűségi változó értékeit.

#### Folytonos eloszlás:

Inverz számításokat is végezhet egy- vagy kétoldalú próbákhoz, pl.: 5% egyoldalú vagy 5% kétoldalú (=> 2,5% mindkét oldalon)

| Valószínűség számíta | ások    |                         |
|----------------------|---------|-------------------------|
| 🔿 Alsó-x:            | 4,30002 | Felső-x: 5              |
| OP(X≤x):             | 5       | ]                       |
| OP(X≥x):             | 4,30002 | ]                       |
| ⊙ x : P(X≥x) =       | 10      | % 💿 1-tailed 🔿 2-tailed |
| ()x: P(X≤x) =        | 10      | %                       |

33



# 1D: A diszkrét eloszlások

#### **EGYENLETES (Diszkrét)**



 Adja meg 'r' minimum és maximum értékeit (0 és 10 000 között) diszkrét egyenletes eloszlás generálásához.

A Paraméterek megadás után kirajzolhathat hisztogramot és létrehozhat Statisztikai táblát (Eredmények ablakban)

A 'kulcs jobbra' gomb helyet csinál a jobb oldalon más ablakok megjelenítéséhez, pl statisztikai tábla

#### **BINOMIÁLIS ELOSZLÁS**



 Adja meg az eloszlás paramétereit 'n'-t (10 0000-nél kisebb egész) és'p'-t (0 ≤ p ≤ 1)

 Adathalmazhoz illeszkedő: Adott adatokra megpróbálhat illeszteni (n,p) paraméterű binomiális eloszlást úgy, hogy a várható érték = np, a variancia = npq. Ebben az esetben 'n'szeresére növeli a skálát.

Az animáció vezérlővel animálhatja 'n'-t és 'p'-t.

|    | STATISZTIKAI TÁBLÁZAT |                |             |  |  |  |
|----|-----------------------|----------------|-------------|--|--|--|
| r  | B(30, 0.35)           | N(10.5, 6.825) | Poi(10.5)   |  |  |  |
| 1  | 0.00003942            | 0.000220865    | 0.000289133 |  |  |  |
| 2  | 0.0003078             | 0.000812938    | 0.00151795  |  |  |  |
| 3  | 0.001547              | 0.00258864     | 0.00531281  |  |  |  |
| 4  | 0.005621              | 0.00713151     | 0.0139461   |  |  |  |
| 5  | 0.01574               | 0.016998       | 0.0292869   |  |  |  |
| 6  | 0.03531               | 0.0350535      | 0.051252    |  |  |  |
| 7  | 0.0652                | 0.0625443      | 0.0768781   |  |  |  |
| 8  | 0.1009                | 0.0865549      | 0.100902    |  |  |  |
| 9  | 0.1328                | 0.128972       | 0.11772     |  |  |  |
| 18 | 0.003056              | 0.00258864     | 0.0103508   |  |  |  |
| 19 | 0.001039              | 0.000812938    | 0.00572018  |  |  |  |

Valószínűségek < 0.001

34

Statisztikai táblázat: Statisztikai táblázat: a 3. és 4. oszlopokban a P (x $\leq$  r) és a P(x $\geq$  r) értékek állnak.



Egy diszkrét eloszlás (hat lehetséges érték, mind 1/6 valószínűséggel) és a Statisztikai táblázat az Eredmények ablakban.



N=60, p=0.35 paraméterű binomiális eloszlás kumulatív valószínűségi számítással, valamint úgy beállítva a tengelyeket hogy az egész 0-60 tartomány beleférjen.



Binomiális eloszlást (n=30, p=0.35) ábrázolva: használja a jobb-klikk menü "Illeszkedő-Normális" menüpontját a Normál ( $\mu$  = np,  $\sigma^2$  = npq, ahol q=1–p) és "Illeszkedő Poisson" a Poisson ( $\lambda$  = npq) eloszlás ábrázolásához.



#### **POISSON ELOSZLÁS**



 Adja meg a várható értéket (0 és 10 000 között) az eloszlás generálásához.

 Adathalmaz illeszkedő: a megadott adatokra illeszthet Poisson eloszlást úgy, hogy a várható értéke = az adat várható értékével, és 'n'szeresére növeli a skálát.

A 'Szövegdoboz'-ba bemásolhatja az Állaposorban található információt a "Munkalap" => "Állaposor másolása" opció használatával.

### **GEOMETRIAI ELOSZLÁS**



 Adja meg (0 ≤ p ≤ 1) a Geometriai eloszlás 'p' paraméterét az eloszlás generálásához.

 Ha megadta,előhívhatja a Statisztikai táblát (az Eredmények ablakban).

Az 'Automatikus méretezés' gomb használatával bármikor átméretezheti a tengelyeket – ez igen hasznos ha az Animáció Vezérlőt használja.



A Poisson eloszlásnak mindig vannak "ikertornyai" ha a várható érték egész szám: A grafikus felületen az "Illeszkedő Normális" ( $\mu = m, \sigma^2 = m$ ) sűrűségfüggvény is látható



Geometriai eloszlás. Adott valószínűségi kísérlet x eseményének valószínűsége legyen p. A kísérleteket addig végezzük amíg x esemény be nem következik. A valószínűségi változó azt mutatja, hogy x hányadikra következett be.



Két dobókockával dobott értékek összegének a valószínűségi eloszlása, P(8 ≤ r ≤ 12), és az Eredmények tábla és a valószínűségi értékek.

35

# EGYEDI (DISZKRÉT) ELOSZLÁS



Adja meg az események valószínűségeit (r = 0, 1, 2, stb) vesszővel elválasztva. Egy végső érték hozzáadódik, hogy ∑p = 1 legyen



# 1D: A folytonos eloszlások

#### **EGYENLETES**, (folytonos)

**2** 

Méase

Egvenletes eloszlás

x-min: 💆

x-max: 2

OK



 Adja meg 'x' minimum és maximum értékeit (alapértelmezett: -2; 2) folytonos egyenletes eloszlás generálásához (egységnyi területtel).

Állítsa be a paraméterértékeket. Ezután mérhet különböző intervallumba való beesési valószínűséget.

Allítsa be, milyen intervallumba való beesési valószínűséget szeretne mérni. A sűrűségfüggvény alatti megfelelő rész beszíneződik az ábrán.

#### **NORMÁLIS eloszlás**



 Adja meg a várható értéket, és a szórást vagy a varianciát.

 Adathalmazhoz illeszkedő: a megadott adatokra illeszthet normális eloszlást úgy, hogy a várható érték és a variancia megegyezik az adathalmaz várható értékével és varianciájával, valamint 'n'-szeresére növeli a skálát.

 $\checkmark$  Az animáció vezérlővel animálhatja 'µ'-t vagy '\sigma'-t, és így illusztrálhatja az átmenetet N(µ,  $\sigma^2$ )-ből N(0, 1)-be.

### f(x) EGYEDI eloszlás

36



Adja meg f(x) értelmezési tartományát, azután igény szerint egy g(x)-et és állítsa be a megfelelő értéket! A kapott sűrűségfüggvényt megszorozza egy konstanssal, hogy a területe 1 legyen.



Az egyenletes eloszlás bármely minimum és maximum értékekkel rendelkezhet.



μ és σ bármilyen pozitív értéket felvehet. Egynél több Normális eloszlás is megjeleníthető egyszerre. Itt egy kétoldalú teszt folyik.



Adott f(x) és g(x) által kombinált sűrűségfüggvény. A mediánt itt a végpontból indulva határozták meg.


## 1D: Nevezetes eloszlásokkal való közelítés

#### **NEVEZETES ELOSZLÁS ILLESZTÉSE TAPASZTALATI ADATOKHOZ**



Hisztogram gyakoriság léptékének beállításánál: Egység = 1 akkor a teljes terület = 'n' Egység = 1/n akkor a teljes terület = 1 [itt n = 100]

#### BINOMIÁLIS, POISSON VAGY NORMÁLIS **ELOSZLÁS ILLESZTÉSE**

E három eloszlásnál választható az "Adathalmazhoz illeszkedő" opció. Az Autograph a paramétereket úgy állítja be, hogy az eloszlás a legjobban közelítse a tapasztalati adatokat. Az adathalmaz változtatásával a paraméterek is megváltoznak

Duplán kattintva a Hisztogram gombra, majd a gyakoriság léptékénél az egységet 1-re állítva a hisztogram terület n. Az illesztett eloszlásfüggvények közelítik a hisztogram alakját.

 $\checkmark$ Használhatja az 'Automatikus méretezés'gombot. CHI Ha mind a Hisztogram mind az Eloszlásfüggvény a gyakoriságot mutatja, a x² érték megjelenik az Eredmények ablakban.

#### **BÁRMELY ELOSZLÁS ILLESZTÉSE**

#### P₊ Új eloszlás

Bármely Autograph által ismert eloszlás kiválasztható, és a paraméterek beállíthatóak, de csak a fenti három reIndelkezik "Adathalhazhoz illeszkedő" opcióval.

Duplán kattintva a Hisztogramra a grafikus felületen, a Gyakoriság léptékének beállításánál az Egységet 1/n-re állítva a hisztogram összezsugorodik, így látható, mennyire illeszkedik hozzá a válaszott eloszlás..



Használhatja az 'Automatikus méretezés' gombot.



Adott tapasztalati eloszlás (adathalmazból) közelítése binomiális eloszlással. Válassza ki az Adathalmazt az Adatkulcsban, majd illesszen az adatkora hisztogramot (Hisztogram gomb). Az A hisztogramnál a Gyakoriság léptékének beállításánál az egység 1, a B hisztogramnál 1/n. A jobbklikk menü "Új eloszlás" menüpontjában válassza a binomiális eloszlást, majd az "Adathalmazhoz illszkedő" opciót!



A porosz hadjáratok adatai: A hisztogramról leolvasható, hogy hány olyan hadjárat volt, ahol a lórugás általi halálesetek száma 0, 1, 2, 3, 4. Ezt binomiális (nagy 'n', kicsi 'p' esetén tökéletes illeszkedés) és normális (rossz illeszkedés) eloszlásokkal közelítjük.



1000 elemű minta egy, a felhasználó által megadott eloszlásbóll. ("Adatfelvétel" => "Új adathalmaz szerkesztése" opcióval generálva.)

37



www.autograph-maths.com







## 2D: Az Egyszerűsített és Normál mód



#### A 2D MUNKALAP: ALAP JOBBKLIKK MENÜ

| 7   | Új egyenlet                | Enter |
|-----|----------------------------|-------|
| ₿,  | Új XY ponthalmaz           | Ins   |
| (,) | Új pont                    |       |
| 4   | Irányvektoros egyenes mega | dás   |
| ₽.  | Új <u>a</u> lakzat         |       |
| A   | Szövegdoboz beszúrása      |       |
|     | <u>K</u> ép beszúrása      |       |

40

◆ Új egyenlet [ENTER billentyű]: AZ egyenlet megoldáshalmazát automatikusan ábrázolja. Az egyenletek konstansokat is tartalmazhatnak; Az egyenlet megadása után különböző eszközök elérhetők.

• Új XY ponthalmaz: ponthalmaz megadása vagy beillesztése. A tengelyek felcserélhetőek; a skálázás állítható.

• Új pont: Használhat számokat, kifejezéseket, konstansokat.

Irányvektoros egyenes megadása [csak Normál módban]:
 Egyenes megadása az alábbi formában: [x,y] = [a, b] + λ[c, d]

 Új alakzat: Beépített alakzatokból választhatunk, vagy megadható koordinátákkal.

 Szövegdoboz beszúrása: Szövegdoboz elhelyezése a grafikus felületen.

• Kép beszúrása: Kép elhelyezése a grafikus felületen.



## 2D: A grafikai eszköztár

#### A 2D MUNKALAP ESZKÖZTÁRA

#### TENGELYEK BEÁLLÍTÁSA

- Alap: y-x Az alapértelmezett XY beállítás
- × t Paraméteres: x-t Hasznos, amikor a
  - 'ť' a független változó (pl: differenciál egyenletek)

щŇ Csak x: A számegyenesen dolgozhat. Ezek az opciók mind törlik a munkalap tartalmát, mert a változók megváltozását eredményezhetik. Hogy ezt elkerülje használja a "Tengelyek" => "Tengelyek szerkesztés" menüpontot!

#### Nagyítás alaphelyzetbe

automatikusan beállítja a skálát: pl: x: -90° to 360°, jelölés 45°-onként y = sinx (fok)y = sinx (radián) x: –π/2 to 2π, jelölés π/4-enként y = sin<sup>-1</sup>x (radián) y:  $-\pi/2$  to  $2\pi$ , jelölés  $\pi/4$ -enként

és az XY ponthalmazhoz méretezi a tengelyeket.

¢. Derékszögű koordinátarendszer az alapértelmezett

Polár koordinátarendszer [csak Normál módban] 

#### Tengelyek nélkül

Tengelyek egyenlő skálázása - úgy változtatja az x tengely skáláját, hogy a 2 tengelyen a beosztás 1:1 arányú legyen. Az aktuális munkalapon megmarad, amig bármilyen ennek ellentmondó közelítés/távolítás meg nem változtatja.

#### ÚJ OBJEKTUM HOZZÁADÁSA

Új XY ponthalmaz

- Új egyenlet
- Irányvektoros egyenes megadása
- Új alakzat
- Új pont

#### HASZNOS ESZKÖZÖK AZ ÁLTALÁNOS **ESZKÖZTÁRBÓL**

Kulcs alulra és kulcs jobbra: az elrendezés átalakítása

Szögek fokban/radiánban [csak Normál mód]

Konstansok; Objektum animálása RAJZOLÁS VEZÉRLÉSE (osztálytermi használatra) (\*) Ezek az aktuális egyenletre vonatkoznak, tehát megállíthat egyet, egy másikat újraindíthat stb.

₽ Újrarajzolás (\*) - megnyitja a párbeszédabalakot az alapbeállításokkal (és lehetőséget ad a változtatásra), majd újrarajzolja az objektumot.

Kirajzolás megállítása (\*) - lassú ábrázolás módban megállítja az aktuális objektum kirajzolását (space billentyű)

R Gyors kirajzolás (\*) - lassú ábrázolás módban azonnal kirajzolja az aktuális objektumot.

**~** Lassú kirajzolás. Használata javasolt.

#### DERIVÁLT FÜGGVÉNY, INTEGRÁLFÜGGVÉNY, **TÜKRÖZÉS**

az aktuális egyenlet alapján

Ŷ Derivált [csak Normál mód]

Pontozott vonal jelöli. Ha "Lassú ábrázolás" módban van, egy mozgó (érintő) animációt alkot, minden maximum, minimum és inflexiós pontnál megállva.

dx Integrálfüggvény [csak Normál mód] Ugyanazt a megoldó rutint használja, mint az Első Rendű Differenciál Egyenleteknél; meg kell adni a kezdeti értéket.

Þ y=x tükrözés Az 'x' és 'y' tengelyek felcserélése.

#### ζD Egyenletlista

Megmutatja az egyenletek listáját.

f(g( Függvények definiálása

Az f(x) függvénydefiníciók tartalmazhatnak konstansokat és más függvényeket.

#### A MUNKALAP MENÜ

A "Munkalap" => "Beállítások szerkesztése" menüpontban megadhatja a munkalap nevét, beállíthatja, hogy a szögeket fokban vagy radiánban szeretné-e megadni, ill. a pontosságot, az értékes tizedesjegyek számát. Normál módban a radián az alapbeállítás.

www.autograph-maths.com

## 20

## 2D: Hogyan adjon meg pontokat?

#### HOGYAN ADHAT MEG PONTOKAT

A pontok lehetnek "szabad"-ok vagy egy másik objektumhoz "csatolt"-ak (pl: egyenes, vagy függvény), ill. alkothatnak alakzatot vagy XY ponthalmazt. Új pontokat oldalt, az Egér funkciók eszköztár "Pontok létrehozása" menüpontját használva lehet létrehozni. Az utolsó pont kijelölve marad, mint 'aktuális' pont és a koordinátáit az állapotsor mutatja, az aktuális tizedesjegypontosság beállításoknak megfelelően (alapértelmezett: 4). Ha a SHIFT billentyűt lenyomva tartja, minden kattintással újabb pontot jelölhet ki az eddigiek mellé.

**1** Az egyszerűsített módban érheti el ezeket az opciókat. Ez a beállítás lehetővé teszi egész számú koordinátákkal rendelkező pontok egyszerű hozzáadását.

1.1 Tizedes felosztásra a másik gombbal lehet váltani, ami a Normál mód alapértelmezettje.

() Választhatja ezt a jobb-klikk opciót az "Új pont" megadásához. A koordináták tartalmazhatnak kifejezéseket, pl.: ( $\pi/3,0$ ), vagy konstansokat, pl.:(a,b) melyeket később a Konstansok vezérlővel dinamikusan változtathat.

#### HOGYAN JELÖLHET KI PONTOKAT

**Kijelölés egérrel:** Hogy megbizonyosodjon arról, hogy "Kijelölés egérrel" módban van, kattintson rá a gomb-ra, vagy nyomja meg az 'ESC' billentyűt. AZ ESC billentyű másodszori megnyomásával visszavonja az eddigi kijelöléseket. Ez akkor nagyon fontos, ha "Shift nélküli többes kijelölés" módban van.

- Az Autographban HÁROM állapota lehet a pontoknak, akár 'szabad'-ok akár objektumhoz csatoltak: 1- JELÖLETLEN, 2- KIJELÖLT és 3 - az utoljára kijelölt, ezáltal az AKTUÁLIS pont, melynek koordinátáit az állapotsor mutatja.
- Az 'aktuális' pontot a ponthalmaz pontjai között a **TAB** billentyűvel válthatja.
- Kijelölő kiválasztás: Kijelölés egérrel módban az egérrel húzott téglalappal jelölhet ki pontokat.
- A kijelölt pontok törölhetőek (Delete billentyű). Ezáltal a törölt pont előtt kijelölt pont válik az 'aktuális ponttá', igy a Delete billentyűvel egyesével minden kijelölt pont törölhető.
- Nyomon követés: Egy vagy több kijelölt ponttal, a jobb-klikk menü 'Kijelölt pont nyomkövetése' opció hatására a pont(ok) mozgatás során nyomot hagynak a grafikus felületen.

#### HOGY MOZGATHAT PONTOKAT

- Egy kijelölt pontot az egérrel húzhat arrébb, vagy a nyíl billentyűkkel a következőképpen: BAL-JOBB billentyűk az 'x' irányba, FEL-LE billentyűk 'y' irányba mozgatják. Az alapértelmezett léptetés 0,1 egység, a CTRL billentyűt nyomva tartva 0,01 egység, SHIFT-tel ÉS CRTL-lal 0,001 egység, csak SHIFT-tel 10 egység. Ezek a lépések a tengely beosztásától függenek.
- Egyszerűsített módban a 2D munkalapon ez az alapértelmezett beállítás, így minden fenti léptetés értéke szorzódik 10-zel

#### HOGY SZERKESZTHET PONTOKAT

• Pont szerkesztéséhez: kattintson rá duplán a pontra. Mindkét koordináta átállítható.

www.autograph-maths.com



2

3 💧

1

Û









## 2D: Pontok egyéb használata



#### PONTOK ALAKZATOT FORMÁLHATNAK

A kijelölt pontokat ALAKZAT-tá formálhatja, a "Összevonás alakzattá" jobb-klikk opciót használva.

Egy alakzat kijelöléséhez kattintson az alakzat színezett területére. A kijelölt alakzat odébb húzható az egérrel vagy a NYÍL BILLENTYŰKKEL (Ctrl-al, Shift-tel, stb., csakúgy, mint a pontoknál).

Az alakzat egy pontja az egérrel kijelölhető, odébb húzható, vagy a NYÍL BILLENTYŰKKEL IRÁNYÍTHATÓ.

2D

43



A kijelölt pontokat XY PONTHALMAZ-zá formálhatj, a "Ponthalmazzá alakítás" jobb-klikk opciót használva. Egy XY ponthalmaz kijelöléséhez kattintson bármely pontjára.

Egyetlen pont kijelöléséhez tartsa nyomva a Ctrl billentyűt kattintás közben. A Crtl billentyűvel és az egérrel mozgathatja, vagy törölheti a pontot.

A KIJELÖLŐ kiválasztást használhatja a ponthalmaz több pontjának kijelölésére. A 'Szétválasztás egyedi pontokká' jobb-klikk opciót használva leválaszthat pontokat az adathalmazból.



Pontokat bármilyen objektumhoz csatolhatunk, beleértve függvényeket,



#### PONTOKAT OBJEKTUMOKHOZ LEHET CSATOLNI

\* Pontok létrehozása' módban az egérmutató kis fekete nyíllá változik, ha egy objektumra mutat, például ábrára, egyenesre, körre stb. Ekkor a bal egérgomb lenyomásával elhelyez és csatol egy pontot az objektumra.

[Ezt nehéz az interaktív fehértáblán megtenni, mert nincs egérmutató jelzés.]

Jelöljön ki egy objektumot, pl: egy y=f(x) függvényt, és a jobb-klikk menüben a "Pont szerkesztése" opciót használhatja. Csak egy koordinátát kell megadni. Ez leggyakrabban 'x', de az x=f(y) esetén 'y', vagy az r=f( $\theta$ ) esetén ' $\theta$ '.

Egy csatolt pont kijelölése után a pontot az objektum mentén mozgathatja az egérrel vagy a BALL-JOBB nyíl billentyűket használva.

Ha kettő vagy több y=f(x) objektum van, és a pont az egyikhez van csatolva, a FEL/LE nyílbillentyűkkel **mozgathatja a pontot az objektumok között**, az 'x' értékének megtartásával.

Egy szabad pont és egy objektum kijelölésével a **"Csatolás objektumhoz"** jobb-klikk opciót használva a pontot az objektumra viheti (azonos 'x' értéket kap az objektummal).



## 2D: Az egyenes







3 pont melyek meghatároznak egy kört, egy háromszöget. A zöld egyenes szakaszfelező merőleges, a piros pedig az egyik szög szögfelezője.

44

#### **AZ EGYENES**

Az egyenesek fontos objektumok az Autographban. Tükrözhetőek, vagy egyéb műveletek is végezhetőek rajtuk. Egyenletük az Állapotsorban látható y=ax+b, vagy x=k formában. Többféle módon adhat meg egyeneseket; az alábbiakat kiejölve, és a megfelelő jobb-klikk opciót használva.

EGY kijelölt PONT:

- Ponton átmenő vízszintes egyenes y = a
- Ponton átmenő függőleges egyenes x = b
- Ponton átmenő egyenes

[m, a meredekség megadása]

EGY kijelölt PONT egy GÖRBÉN:

y = mx + c

- Érintő
- Merőleges (érintőre merőleges egyenes)

KÉT kijelölt PONT:

- Illeszkedő egyenes
- Összekötő szakasz
- Felezőmerőleges
- Összekötő szakasz meredeksége

 $\Delta$ y,  $\Delta$ x; az egyenes egyenlete;  $\Delta$ y/ $\Delta$ x

EGY PONT és egy EGYENES kijelölve:

- Párhuzamos egyenes húzása Egyenlet adott
- Merőleges állítása
   Egyenlet adott
- KÉT EGYENES vagy SZAKASZ kijelölve:
- Bezárt szög
   Fok vagy radián (Eredmények)
- f(x)=g(x) megoldása (Metszéspont)
  - Koordináták adottak (Eredmények)

Egyenlet adott

AB hossz adott

Egyenlet adott

- HÁROM kijelölt PONT (egyikük az 'aktuális pont'):
- ◆ Szögfelező (az aktuális pontnál)
  Egyenlet adott
- y=f(x) Függvény kijelölve:
- ♦ Aszimptota 'x=∞'-nél levő iránytangens
- XY PONTHALMAZ kijelölve:
- + A legjobban illeszkedő egyenes [Egyszerű mód]
- + y-x lineáris regresszió; y-x lineáris regresszió [Normál mód]

#### Ezen kívül MEGADHATJA az EGYENES EGYENLETÉT:

| <ul> <li>y = f(x) alakban:</li> <li>x = f(y) alakban:</li> </ul> | y = mx + c<br>x = k or x = my + c                           |
|--|---|
| Implicit alakban: ax + by = c                                    | x/a + y/b = 1   |
| <ul> <li>Vektor alakban: [Normál mód]</li> </ul>                 | (y - b)/k - (x - a)/1<br>[x, y] = [a, b] + $\lambda$ [h, k] |



## 2D: Körök és görbék



Egy kör, ha adott két pontja és egy érintője.



A parabola, a vezéregyenes és a fókuszpont viszonya.



Hiperbola szerkesztése, ha adott 5 pontja. Minden ágat külön kiválasztva, és megrajzolva az aszimptotákat.

Az Autograph minden descartes-koordinátarendszerben szerkesztett görbe egyenletét átrendezi y = ... ± √... alakba, melynek két ága lesz. Egy hozzáadott pont a JOBB/BAL nyílbillentyűkkel mogatható az ágakon, míg a FEL/LE nyílbillentyűkkel ágat válthat. Dupla kattintással a pontok 'x' koordinátáját lehet átállítani.

#### A KÖR

Két fajta kör van az Autographban, és mindkettőnek a következő alakban szerepel az egyenlete az állapotsorban:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ .

#### DESCARTES-I KOORDINÁTÁKKAL MEGADOTT KÖRÖK

HÁROM kijelölt PONT

Illeszkedő kör

#### PARAMÉTERES KÖRÖK

Egy hozzáadott pont a JOBB/BAL nyilakkal mozgatható a körön. Dupla kattintással szerkesztheti a pont paraméterét.

- EGY kijelölt PONT
- Kör megadása (sugár megadása)
- KÉT kijelölt PONT (egyik az 'aktuális' pont)
- + Kör (középpont és körív) Középpontja az aktuális pont
- EGY PONT és egy SZAKASZ kijelölve
- Kör (középpont és sugár)

#### EGYÉB MÁSODRENDŰ GÖRBÉK

Minden másodrendű szerkesztett görbe egyenlete az Autographban a következő alakban van megadva:  $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + 1 = 0$ .

HÁROM kijelölt PONT (egyik az 'aktuális pont')

• Ellipszis (két fókuszpont, és az aktuális pont a kerületen)

EGY PONT és egy EGYENES

- Kúpszelet (excentricitás megadása)
- ÖT kijelölt PONT

Illeszkedő kúpszelet

| Ezeken kívül MEGADHATJA | a GÖRBE EGYENLETÉT:  |
|-------------------------|--|
| Descartes-koordináták:  | $x^{2}/a^{2} + y^{2}/b^{2} = 1; (x - a)^{2} + (y - b)^{2} = r^{2}$ |

- Általános másodrendű görbe:  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$
- Polárkoordináták: r = k  $1/r = 1 + k\cos\theta$  [k = 0,  $\frac{1}{2}$ , 1,  $\sqrt{2}$ , 2]

Paraméteres:  $x = at^2$ , y = 2at  $x = asin\theta$ ,  $y = bcos\theta$ 

www.autograph-maths.com





Koordináták (a,b) adottak

## 2D: Kiszámított pontok, illeszkedő görbék



Kiszámított pontok példái, és egy legkisebb távolság.



az egyenletét az Állapot ablak mutatja (dupla kattintás az állapotsoron)



5 adott pontra legjobban illeszkedő harmadés negyedfokú polinomok.

46

#### **KISZÁMÍTOTT PONTOK**

Az Autograph 'pont'-okat (melyeket a felhasználó ad meg) és 'kiszámított pont'-okat használ - ezek nem részei ponthalmaznak, és kis színes négyzetek jelölik őket. Kijelölhetőek (törléshez), és pontokat csatolhat hozzájuk.

KÉT kijelölt PONT, AB (Az 'A' az 'aktuális pont')

- ♦Súlypont
- Nagyítás pontból: 'P' kiszámított pont AO/AB arány megadása
   HÁROM kijelölt PONT
- + Illeszkedő kör középpontja Koordináták (a,b) adottak

HÁROM vagy TÖBB kijelölt PONT, vagy egy XY ponthalmaz kijelölve

- ♦ Súlypont
   Súlypont (x̄, ȳ) adottak
- 'P' PONT és egy KÖR (középpont O, sugár r) kijelölve
   ◆ Inverzió OP x OP' = r<sup>2</sup>

KÉT kijelölt OBJEKTUM (pl: 2 egyenes, 2 függvény, egyenes, és kör, stb)

 f(x)=g(x) megoldása Pontok felsorolása az eredményeknél Vagy "PONTOK létrehozása" mód: a CTRL billentyű nyomva tartásával tetszőleges metszéspontban elhelyezhet pontot.

Egy PONT és egy EGYENES kijelölése

• Egyenes legközelebbi pontja legközelebbi pont megjelölve; távolság adott

Hogy ide helyezzen egy pontot, használja a "Pontok létrehozása" módot, és kattintson az összekötő egyenesre.

#### LEGJOBBAN ILLESZKEDŐ GÖRBÉK

KÉT kijelölt PONT (az egyik az 'aktuális' pont)

- illeszkedő parabola (meredekség megadása) y = ax<sup>2</sup> + bx + c
- HÁROM kijelölt PONT (az egyik az 'aktuális' pont)
- ♦ Illeszkedő parabola Egyenlet: y = ax² + bx + c
- Illeszkedő harmadfokú polinom

(meredekség megadása) Egyenlet:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ NÉGY kikijelölt PONT

- Illeszkedő harmadfokú polinom Egyenlet: y = ax<sup>3</sup> + bx<sup>2</sup> + cx + d
- 'n' számú PONT vagy egy XY PONTHALMAZ kijelölve

Legjobban illeszkedéső polinom 6. rendig

Adott n db pont meghatároz egy (n-1)-ed fokú polinomot (a programban  $n \le 7$ ). Egyéb esetekben az Autograph a legkisebb négyzetek módszerével számítja ki a legjobban illeszkedő polinomot.



-2

## 2D: Vektorok



#### VEKTOROK KEZDŐPONTBÓL LÉTREHOZVA

A vektoroknak kell egy kezdőpont , ezért létrehozásukhoz ki kell választani egy pontot. A 'Vektor' jobb-klikk opciót választva adja meg a koordinátáit, vagy descartes-i [x,y], vagy polár [r, θ] koordinátarend-szerben. Ha konstansokat használ, azokat a Konstansok vezérlővel változtathata.

Ezután a vektor mozgatható a kezdőpont csúsztatásával.

#### VEKTOROK, KÉT PONTBÓL LÉTREHOZVA

Másik megoldásként, két kijelölt pont között is létrehozhat egy vektort, melynek ezután kezdő és végpontja is mozgatható. Egy vektor három ábrázolt objektumból áll: egy kezdőpont, egy végpont és maga az irányított szaksz (nyíllal a közepén). A vektor kijelöléséhez kattintsunk a szakasz részre.

2D

47

EGY VEKTOR [a,b] és egy PONT [h,k] kijelölésével, egy új vektort lehet létrehozni a következőképpen:

- Merőleges vektor [-b, a]• Ellentett vektor [-a, -b]• Vektor másolása [a, b]• Egységvektor [a/r, b/r],  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ • Szorzás skalárral [ka, kb]
  - Ez az eredeti vektor skalárszorosát hozza létre. A 'k' változtatható.
  - Egyenes (irányvektoros) (\*)  $[x, y] = [h, k] + \lambda[a, b]$
  - Párhuzamos egyenes húzása (\*) y = mx + c
  - ♦ Merőleges állítása (\*)
    y = mx + c
  - (\*) ezeket mind a kijelölt ponton [h,k] keresztül hozza létre

♦ Egyenes legközelebbi pontja az adott vektor és annak adott kezdőpontja által meghatározott egyenesen

KÉT kijelölt VEKTOR [a,b] és [c,d]

- ♦ Bezárt szög (\*) fokban vagy radiánban
   ♦ Skalárszorzat (\*) ac + bd
  - (\*) Az Eredmények ablak mutatja

KÉT VEKTOR [a,b] és [c,d] és egy PONT [h,k] kijelölésével, egy új vektor hozható létre a kijelölt pont alapján, a következőképpen:

| Összegvektor    | [a + c, b + d] |
|-----------------|----------------|
| Különbségvektor | [a − c, b − d] |

#### /+ IRÁNYVEKTOROS EGYENES MEGADÁSA [Normál mód]

Mindig aktív funkció, a jobbklikk menüben is szerepel a programban, az alábbi formában: [x, y] = [h, k] +  $\lambda$ [a, b]. Bármelyik koordinátánál használhat konstansokat.



٠



Vektorok, és egyenesek 2D-ben

Elemi vektoralgebra

Egy egyenes és egy párhuzamos vektor egyenlete, konstansokat használva.

## 2D: Kép hozzáadása

N

A jobb-klikk menüben (vagy az 'Objektum' menüben) használja a Kép beszúrása menüpontot. Ez megnyit egy tallózó ablakot, ahol az összes elterjedt képformátumú fájltípusból választhat:

 emf [fejlett metafájl], wmf [windows metafájl], jpg, png, bmp, gif vagy tif

A kép középre igazítva jelenik meg a munkalapon, megfelelő méretben. A kép ezáltal Autograph objektummá válik.

- Kattintson rá egyszer, hogy kijelölje (törléshez, és vonszoláshoz)
- 2D vonszolastioz) • Bármelyik a szélén megjelenő pontnál fogva dinamikusan újraméretezhető..

A sarkánál fogva megtartja az oldalarányait.
Dupla kattintás a képre és megváltoztathatja a tulajdonságait: Világosság, Kontraszt, Átlátszóság - a változtatást azonnal előrevetíti a program.
'Ok' gomb elmenti a beállításokat, 'Mégse' gomb ignorálja.



Egy parabolikus pályán mozgó pattogó labda helyzeteit bemutató kép

Kattintson duplán a képre, hogy feljöjjön a "Kép szerkesztése" párbeszédablak. Ha kiválasztja a "Nagyítás tengelyekkel együtt" opciót, a kép bármilyen közelítéssel/távolítással stb.-vel mozog a tengelyekkel.

## 2D: Szög mérése

Szögeket különböző módokon mérhet:

- (a) három kijelölt pont által meghatározott, szöget a középső pontnál jelzi
- (b) két kijelölt egyenes által meghatározott szöget a metszéspontnál jelzi
- (c) két kijelölt vektor által meghatározott szöget a vektorok metszéspontjánál jelzi

A szöget egy kitöltött körív jelöli. Ha a szög 90°, körív helyett négyzet jelet használ a program..

A vonal típusát, színét és a kitöltést a jobbklikk menü Formátum menüpontjában vagy az általános eszköztáron található gombokkal változtathatja.

BEZÁRT SZÖG (két egyenes kijelölése után jobb-klikk menüben)

*Külső szög* - a külső szöget fogja jelölni. *Szögív sugara -* mm-ben megadva.

48



példája az Autographban, a fontosabb szögek mérésével.

#### CÍMKE

*Címke mutatása* - Mutatja a szög értékét *Címke tulajdonságai* - Megnyitja a szövegdoboz szerkesztéséhez használatos ablakot, ahol beállíthatja a szöveg tulajdonságait (pl. dinamikus/változó szöveg), és csatolhatja a szövegdobozt a ponthoz.



## JEGYZETEK

2D

49)

## 2D: Alakzatok transzformálása





Jelöljön ki egy alakzatot és egy egyenest a tükrözéshez



Jelöljön ki egy alakzatot és egy pontot a nagyításhoz



50

#### ALAKZATOK MEGADÁSA

Az Autographban alakzatokat úgy hozhat létre, ha a kijelölt pontokra az **'Összevonás alakzattá'** jobb-klikk opciót használja. Ezen kívül használhatak az **'Új alakzat'** gombot: adja meg a koordinátákat, vagy válassza az előre rögzített alakzatok (zászló, egység négyzet, téglalap) közül.

Egy alakzat kijelöléséhez kattintson rá az alakzatra. Az alakzat kinézetét a **Formátum** jobb klikk opcióval változtathatja.

Mozgathat alakzatokat, vagy bármely pontjukat. Egy alakzat szerkesztéséhez kattintson rá duplán. A kijelölt alakzatot a Nyíl billentyűkkel mozgathatja.

#### TÜKRÖZÉS, DÖNTÉS, NYÚJTÁS

Egy kijelölt ALAKZAT-ot transzformálhat: A jobb-klikk opciók között vagy az Objektum menüben választhat:

- + Tükrözés az x, vagy az y tengelyre
- Döntés az x, vagy az y tengely mentén (döntés mértékének megadásával)
- Nyújtás (vízszintes vagy függőleges) (nyújtás mértékének megadásával)

 Lineáris transzformáció egy 2x2-es transzformációs mátrix megadásával [csak Normál mód]

Egy ALAKZAT és egy PONT kijelölésével az alakzatot nagyíthat a kijelölt pontból, vagy elforgathat a kijelölt pont körül. (Jobb-klikk opció vagy Objektum menü.)

- Nagyítás (nagyítás mértékének megadása)
- + Forgatás (forgatás mértékének megadása)

Egy ALAKZAT és egy EGYENES (szerkesztett, vagy egyenlethez tartozó) kijelölésével az alakzatot tükrözheti a kijelölt egyenesre. (Jobb-klikk opció vagy Objektum menü)

#### Tükrözés

Egy ALAKZAT és egy VEKTOR kijelölésével eltolhatja az alakzatot a megadott vektorral. (Jobb-klikk opció vagy Objektum menü) ◆ Eltolás

Ha kijelölji egy vektor kezdő- és végpontját, az eltolást animálhata a vektor kezdő- végpontját mozgatva.

#### Transzformált alakzat animálása

Nyújtás, döntés, nagyítás, vagy forgatás animálásához jelölje ki az új alakzatot, és használja az animáció vezérlőt, hogy a sebességet vagy a szöget változtassa, vagy egy automatikus animációt hozzon létre.



A = (a, b, c, d)

## 2D: Mátrix transzformációk

| Mátrix     |                |                                    |       |     |
|------------|----------------|------------------------------------|-------|-----|
| (1         | 0              | 3                                  |       | ])  |
|            |                |                                    |       | 1 I |
| (2         |                |                                    |       | 1   |
| Kiválaszto | ott transzforr | máció: Egyedi                      |       |     |
| Kiválaszto | ott transzforr | máció: Egyedi<br>ajátvektorok muta | itása |     |

Először jelöljön ki egy alakzatot, és használja a **'Lineáris Transzformáció'** jobb-klikk opciót. [Csak Normál mód]

A transzformációs mátrixhoz adja meg az összes elemet TABULÁTOR-okkal elválasztva egymástól, arra figyeljen, hogy a program oszloponként halad. Az elemek tartalmazhatnak matematikai kifejezéseket (pl:  $\sqrt{3}/2$ ), vagy konstansokat. Nevezetes lineáris transzformációk transzformációs mátrixait lásd lejjebb.

**Sajátvektorok mutatása:** Szaggatott vonallal kirajzolja a két saját irányt (amennyiben lehetséges), és megadja egyenletüket.

Invertálás: a megadott mátrix inverzét veszi...

**2**D

**2 x 2 -es transzformációs mátrixok** (1.oszlop 1.elem, 1.oszlop 2.elem, 2.oszlop 1.elem, 2.oszlop 2.elem)

| Nagyítás            | ( k        | 0     | 0     | k      | ) | det = |
|---------------------|------------|-------|-------|--------|---|-------|
| Tükrözés, x = 0     | (–1        | 0     | 0     | 1      | ) | det = |
| Tükrözés, y = 0     | (1         | 0     | 0     | -1     | ) | det = |
| Tükrözés, $y = x$   | (0         | 1     | 1     | 0      | ) | det = |
| Tükrözés, y = –x    | ( 0        | -1    | -1    | 0      | ) | det = |
| Tükrözés, θ         | (cos2θ     | sin20 | sin20 | –cos2θ | ) | det = |
| Forgatás, θ         | ( cosθ     | sinθ  | –sinθ | cosθ   | ) | det = |
| Forgatás, –90°      | ( 0        | -1    | 1     | 0      | ) | det = |
| Forgatás, 30°       | (√3/2      | 1/2   | -1/2  | √3/2   | ) | det = |
| Forgatás, 90°       | (0         | 1     | -1    | 0      | ) | det = |
| Forgatás, 180°      | (–1        | 0     | 0     | -1     | ) | det = |
| Nyújtás             | ( a        | 0     | 0     | b      | ) | det = |
| Döntés // x-tengely | <u>(</u> 1 | 0     | k     | 1      | ) | det = |
| Döntés // y-tengely | (1         | k     | 0     | 1      | ) | det = |
| Egyes               | (a         | b     | ka    | kb     | ) | det = |
| ••                  | •          |       |       |        |   |       |

Determináns: det = ad - bc.

Sajátértékek:  $\lambda_{1,2} = k^2 - (a+d)k + det = 0 két gyöke$ 

Sajátvektorok:  $y = (b/(\lambda_{1,2} - d))x [\lambda \neq d]$ 



#### 🗡 Az 'Animálás' opció

Ha az elemek közt szerepel egy vagy több **konstans**, ezt az opciót használhatja, hogy értékeiket animálja, és a transzformált alakzatot megjelenítse.

Ha az elemek közt NINCS konstans, ezt az opciót használva ismételheti a transzformációt, pl: A^n, n=2,3,4 vagy visszafele 1,0,-1, stb.

51

Konstansok - [Munkalap - 2 2D] a 💙 = 1 Beállítások Lépésköz: 0,1 10 Adjust Number of Transformation -1 1 N Step: Animate М = 2 L1 -2

## 2D: XY ponthalmazok





2D

onthalmaz ? 🔼 Elnevezés: Erdőirtás Adato Transzfotmálá Transzformál (x) 2x-3 27-3 Transzformál (y) 4936 4326 5412 6941 7165 Oszlonfeilécek 13650 15045 8351 x fejléc, mint x tengely címkéje 19021 892 v feiléc, mint y tengely címkéje 21004 9532 23542 9945 Másol Beszúr 29876 1012 Rendezés (x) Rendezés (y) Tengelycsere Adatok törlése 📃 Statisztikai mutatók Importálás Exportálás Pontok összekötése Vézet automatikus méretezés Mégse OK Súgó Autograph Information Empty or invalid cells have been found in the data. These will be ignored in all calculations. OK

Az üres vagy hibásan megadott adatcellákat nem veszi figyelembe a program

52

Az Autographban az XY ponthalmazok olyan objektumok, melyek pontokból állnak. Több különböző ponthalmaz lehet ugyanazon a lapon, mindnek más színe lesz.

#### 🖶 ÚJ XY PONTHALMAZ

Ez az ablak a ponthalmazok megadásának három egyszerű módját kínálja:

#### BEILLESZTÉS TÁBLÁZATKEZELŐ PROGRAMBÓL

Először jelöljön ki két oszlopot (pl: 'D' és 'F' az illusztráción). Ha a két oszlop nem egymás melletti, használja a CTRL billentyűt a második oszlop kijelöléséhez. Sajnálatos módon a köztes oszlopok is a vágólapra kerülnek.Ezt úgy küszöbölheti ki, hogy először egyenként illessze be a két oszlopot egy új munkalapra, jelölje ki, majd másolja újra.

Az Autographba visszatérve, az Ponthalmaz ablakban kattintson az Adatok cellába és illessze be az adatokat (CTRL-V) vagy használja a 'Beillesztés' jobb-klikk opciót. Az oszlopcímeket a program automatikusan kitölti. Szerkesztésükhöz kattintson az egyik cellára valamelyik oszlopban és használja egyenként az Oszlopfejléc szerkesztése jobb-klikk opciót.

#### ADATOK EGYENKÉNTI MEGADÁSA

Adja meg a pontok koordinátáit: kattintson az első cellába, adja meg az első elemet, aztán ENTER, majd a következőt, majd ENTER, stb.

#### IMPORTÁLÁS (CSV):

Használja ezt az opciót, ha 2 oszlopból álló CSV fájlokból (vesszőkkel elválasztott változók) akar adatot importálni. Az Exportálás is ilyen formátumban menti az adatokat.

- ◆ **Transzformálás:** Transzformálhatja az oszlopok adatait. Az 'x' a bal oldali oszlopot jelöli, míg az 'y' a jobboldalit.
- Oszlopfejlécek: Ha a fejlécet tengelycimkeként is szeretné megjeleníteni
- ♦ Másol/Beszúr: Az adathalmaz kijelölt részét kimásolhatja, ill. beszúrhatja a megfelelő sorokba.
- Rendezés (x)/Rendezés (y): Ezzel a beállítással sorba rendezheti bármelyik oszlop adait.
- Tengelycsere: Felcserélheti a tengelyeket, ha a másik tengelyen van a független változó.
- Statisztikai mutatók: A Statisztikai jellemzők megjelenítésére (lásd túloldalt). Normál módban részletesebb.
- Pontok összekötése: A pontok megadásának sorrendjében összeköti az ábrázolt pontokat.
- Nézet automatikus méretezése: Minden megadott pont megjelenik a grafikus felületen (Alapértelmezett.).





Adott pontthalmaz, regressziós egyenessel és szövegdobozzal.







Jelöljük ki a 'Statisztikai mutatók' opciót az "Objektum" menü 'Ponthalmaz szerkesztése' ablakban, hogy ezeket az információkat lássuk.

## 2D: Regressziók

2D

53

#### PONTHALMAZ

A program a különböző ponthalmazokat különböző színnel jelöli. Ha bejelölte a "Nézet automatikus méretezése" opciót, az összes megadott pont megjelenik a grafikus felületen. Ha nem, szükség lehet a "Nagyítás alaphelyzetbe" gombra.

Ponthalmaz kijelölése, vagy szerkesztése: Kattintson a ponthalmaz bármelyik pontjára, így az összes pont egyetlen objektumként kijelölődik. Dupla kattintással bármelyik pontra, visszatér a 'Ponthalmaz' ablakba, ahol változtathat a ponthalmazon.

 Egyedülálló pontok kijelölése: Használja a CTRL billentyűt és kattintson a pontra, vagy használja a kijelölő kiválasztást (Egérfunkciók - kijelölés egérrel módban).

Egy kijelölt PONTHALMAZ-on többféle műveletet, transzformációt is végrehajthat.

- · Súlypont: A ponthalmaz súlypontját kis négyzettel jelöli.
- Legjobban illeszkedő polinom
- Legjobban illeszkedő egyenes [Egyszerűsített mód]
- x-y, ill. y-x lineáris regresszió [Normál mód]
- Végrehajtható transzformációk

 Tükrözés az x, ill az y tengelyre; nyújtás (vízszintes ill. függőleges); döntés x, ill. y mentén; lineáris transzformáció [Normál mód]. A transzformált ponthalmazt szürkével ábrázolja a program.
 Ezen kívül: tükrözés (kijelölt egyenesre), eltolás (egy kijelölt vektorral); forgatás, nagyítás (kijelölt pont a középpont).

Egy PONTHALMAZ és egy EGYENES kijelölésével:

◆ x-y reziduálisok, ill. y-x reziduálisok [Normál mód] Opciók: Mutatás vonalakként vagy mutatás négyzetekként, pl. az "x-y reziduálisok" funkció a ponthalmaz minden pontját összeköti a kijelölt egyenessel egy x tengellyel párhuzamos szakasszal.

XY PONTHALMAZ és bármilyen y=f(x) függvény konstansokkal: • Adathalmazhoz illeszkedő

Ez a funkció megkeresi (legkisebb négyzetek módszere segítségével) a konstansok azon értékét, melyekre a ponthalmaz pontjai egyenestől való távolságának a négyzetösszege a legkisebb, azaz amelyekkel ilyen módon a függvény a legjobban illeszkedik a ponthalmazhoz: pl: y=arcsin(bx+c) + d. Jelölje ki a függvényt és használja a **'Részletek'** opciót, hogy a konstansok listáját megkapjuk. Ha egy polinom illesztésére van szükségünk (x^6-ig), jelölje ki a pontokat, és használja a **'Legjobban illeszkedő polinom**'' opciót.

#### Más módszerek PONTHALMAZ LÉTREHOZÁSÁRA/KIBŐVÍTÉSÉRE

Jelöljön ki pontokat, majd használja a 'Ponthalmazzá alakítás' opciót. Szabad pontokat ÉS egy ponthalmazt kijelölve a 'Ponthalmazhoz hozzáadás' opciót használhatja. A 'Szétválasztás egyedi pontokká' szétválasztja a ponthalmazt.

➡ jelöljön ki egy y=f(x) függvényt, és használja a 'Ponthalmaz létrehozása' jobb-klikk opciót. Ez egy módja, hogy geometriai transzformációt hajtson végre egy ábrázolt függvényen.



## 2D: Egyenletek megadása

|   | Új egyenlet |                                 | ? 🔀   |
|---|-------------|---------------------------------|-------|
|   | Egyenlet    |                                 |       |
|   | Elnevezés:  | Egyenlet 2                      | 8     |
|   | Egyenlet:   | ײ/a² – y²/b² = 1                |       |
|   | (           | -1 2 3 4 5 6 x -x n 1/4 1/5 1/2 | 34 √2 |
|   | (           | μ κ φ 3 β Ω 5 ε Ι π μ ±         | σθ    |
| П | Konstar     | isok Egyenlet beállítások Forma | átum  |
|   |             | OK Mégse Súgó                   |       |

Kattintson erre a gombra, vagy nyomja meg az enter billentyűt bármikor, vagy használja az 'Új egyenlet' jobb-klikk opciót, hogy ezt az ablakot megjelenítse.

Az egyenleteket beillesztheti máshonnan is.

A matematikai jelek az Arial for Autograph Uni betűtípusból származnak. Vagy a megfelelő gombokat, vagy az ALT billentyűs alternatívákat használhatjuk, melyek az Autograph összes ablakában használhatóak.

Ezenkívül a virtuális billentyűzetet is használhatja. ("Nézet" =>"Virtuális billentyűzet")

#### MATEMATIKAI JELEK KÖZVETLEN MEGADÁSA

'xx' x^2-ként jelenik meg, 'xxx' x^3-ként, stb., egészen x^6-ig. A következő billentyűparancsokat használhatja, hogy az **Autograph bármelyik szöveges mezőjébe** speciális karaktereket adjon meg: tartsa nyomva az ALT billentyűt és nyomja meg a:

| ALT                                   | 1                      | 2              | 3              | 4                     | 5                     | 6                     | x        | У              | n              |
|---------------------------------------|------------------------|----------------|----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|----------------|----------------|
| Kitevők                               | <b>X</b> <sup>-1</sup> | x <sup>2</sup> | x <sup>3</sup> | <b>X</b> <sup>4</sup> | <b>x</b> <sup>5</sup> | <b>x</b> <sup>6</sup> | e×       | e <sup>y</sup> | X <sup>n</sup> |
| · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |                        |                |                |                       | I                     |                       |          |                |                |
| ALT                                   | Α                      | В              | E              | F                     | L                     | М                     | Р        | S              | Т              |
| Görög                                 | α                      | β              | 3              | ф                     | λ                     | μ                     | π        | σ              | θ              |
|                                       |                        |                |                |                       | 1                     |                       |          |                |                |
| ALT                                   | R                      | +              | I              | н                     | <                     | >                     | 'PI' szi | ntén π-t a     | d meg          |
| Matek.                                | Ä                      | ±              |                | 1/2                   | ≤                     | N                     | <= és    | >= enter       | ≤ és ≥         |

Megjegyzés Minden más kitevőhöz használja a ^ jelet (ALT Gr + 3), pl: y=e^sinx A görög betűk szerepelhetnek konstansokként az egyenletekben, a θ-t kivéve (amellyel a paramétereket szokták jelölni).

A következő matematikai függvényeket használhatja az Autographban:

|        | ••••••••••••••••••••••••••••••••••••••• |        | 0          |          |   |   |
|--------|---|--------|------------|----------|---|---|
| sin    | COS                                     | tan    | cosec      | sec      | cot   |   |
| sin⁻¹  | COS <sup>-1</sup>                       | tan-1  | cosec-1    | sec-1    | cot <sup>-1</sup> [vagy arcsin, stb.]                       |   |
| sinh   | cosh                                    | tanh   | cosech     | sech     | coth  |   |
| sinh⁻¹ | cosh-1                                  | tanh-1 | cosech-1   | sech-1   | coth <sup>-1</sup> [vagy arcsinh, stb.]                     |   |
| log    | In                                      | е      | A zárójele | k elhagy | natóak, pl: $y = 2\sin^2 2x \text{ vagy } y = 2\sin^2 (2x)$ |   |
|        |   |        |            |          |   | _ |

#### KONSTANSOK

54

Kattintson erre, a gombrahogy az egyenletben szereplő konstansok kezdőértékét beállítsa, ha szükséges. Beállítás előtt 1-es az alapértelmezett kezdőérték. Amint a függvényt kirajzolta a program, a **Konstans vezérlő**vel változtathatja a konstansok értékét. (start =1)



## 2D: Descartes-koordinátarendszer









görbék)







Inverz trigonometrikus egyenlet

#### KEZDŐ OPCIÓK ÉS RAJZOLÁSI OPCIÓK

Többféle egyenlet típust ismer az Autograph, és mindnek megvannak a különböző alapértelmezett beállításai (lásd alább). A rajzolási opciókkal a színeket, a vonal vastagságát és a stílusát (pl: szaggatott) állíthatja be.

#### y = f(x) vagy y = f(x)-re átrendezhető egyenletek

 ← Lineáris egyenletek: y = mx + c ax + by = c ← y = f(x):  $y = x^2(x - a)$  y = asin(bx) ← egyenlőtlenségek:  $2x + 3y \le -2$  y < sinx'≤' vagy '≥' megoldáshalmazát folytonos vonalként rajzolja ki a program; míg 's'-ét vagy a '>'-ét pontozott vonalként Az alapértelmezett beállítás.

míg '<-ét vagy a '>'-ét pontozott vonalként. Az alapértelmezett beállítás az, hogy a megoldáshalmazon kívüli területeket leárnyékolja a program, de az árnyékolást átállíthatja a megoldáshalmazra is a 'Nézet' => 'Beállítások' menüpontban.

♦ Másodfokú:  

$$y^2 = x(3 - 2x)$$
  
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$   
 $ax^2 + by^2 - 2ax - 2fy + hxy + 1 = 0$ 

Ezeket a program mind y =  $\pm \sqrt{(...)}$  alakra rendezi, és két kü vényként ábrázolja, melyek külön-külön kjelölhetőek.

Alapbeállítások: Minden fent említett függvényt alapértelmezettként x-minimum és x-maximum között, automatikusan beállított lépésközönként ábrázol. 'Manuális'-ra átállítva az alaphalmazt vezérelheti, pl:csak egy véges intervallumon ábrázolja a függvényt. (Egyenlet szerkesztésénél az Egyenlet beállítások gomb.)

#### Az implicit egyenlet

\$ f(x, y) sinx = cosy

Ha az eredményként létrehozott ábrázolások nem beépített 'függvények', nem lehet őket kijelölni, vagy pontokat helyezni el rajtuk. Alapbeállítások: az x ill. az y osztások számát 1 és 200 között állíthatja. Minél nagyobbra állítja, annál pontosabb eredményt kap, de ez a futásidőt is megnövelheti. Az alapbeállítás a 100, ezt megváltoztathatja az egyenlet szerkesztésekor az Egyenlet beállítások gombbal.

#### Intervallumonként megadott kifejezések

♦ y = ...; ...; ... y = sinx; cosx; 2 - x

x = 2

 $x^2 = y^2$ 

Adjon meg néhány függvényt, egymástól pontosvesszőkkel elválasztva. Alapbeállítások: be kell állítani az értelmezési tartományokat a tartományok határainak megadásával (alsó határok + utolsó érték). Az eredményként kapott függvényt egyetlen függvényként ábrázolja a program, és úgy is lehet kezelni. (pl: meredekség, metszéspontok, stb.).

#### x=f(y) vagy x=f(y)-ra átrendezhető függvények

| x = ln(y)    |
|--------------|
| $x^3 = siny$ |

55

Az 'y' független változó lesz.

www.autograph-maths.com

pl.

2D

## 2D: Függvényekhez kapcsolódó opciók





2D

🔲 Eq ation 1: y = x

Függvény ponthalmazként, majd elforgatva



#### Koordinátageometria



Parabola 2 pontja, és az őket összekötő szakasz meredeksége

56

#### EGY kijelölt FÜGGVÉNY + Objektum vagy jobbklikk menü

• Részletek: Az egyenletet és a konstansok értékét az Eredmények ablakba íria ki.

+ Felvett értékek: adja meg az alaphalmazt és a lépésköz nagyságát, és egy 2 oszlopos, tabulátorral elválasztott táblázatot hoz létre a program, melyet kimásolhatunk Excelbe.

 Adathalmaz létrehozása: adja meg az alaphalmazt és a lépésköz nagyságát, és a program egy szakaszokkal összekötött ponthalmazt hoz létre a függvény mentén. Ha kijelöli a ponthalmazt ugyanúgy transzformálhatja, mint az alakzatokat: eltolás, tükrözés, döntés, forgatás, lineáris transzformáció stb.

+ Érintők és merőlegesek: adja meg az alaphalmazt és a lépésközt, hogy a kijelölt görbe érintőit, vagy normálisait (merőlegeseit) kirajzolja a program.

- Aszimptota: kirajzolja az aszimptotát (ha van).
- + f(x)=0 megoldása: ez egy (lila) jelölő pontot helyez el az ábrázolt
- függvény zérushelyeihez, amiket az Eredmények ablakban is kiír. f'(x)=0 megoldása: ez egy (lila) jelölő pontot helyez el az árbázolt

függvény minimum, maximum és inflexiós pontjaihoz, és ezeket az Eredmények ablakba is kiírja. Bármelyik ilyen jelölő ponthalmazhoz hozzáadhat pontot, ha szükséges.

Pont megadása görbén: adja meg az 'x' koordinátát [vagy 'y'-t az x=f(y) függvénynél].

#### EGY KIJELÖLT PONT A FÜGGVÉNYEN

Minden, az egyszerű pontokhoz tartozó koordinátageometriai opció használható (pl: ponton átmenő, egyenes, vektor, stb.), az alábbiakkal együtt: Egyenlet y = mx + c-ként megadva

- Érintő
- Merőleges Egyenlet y = mx + c -ként megadva
- + Következő f(x)=0 pont mutatása Jobbra lép
- Következő f'(x)=0 pont mutatása Jobbra lép

 Csatolás objektumhoz: akkor elérhető ha mind a pontot, mind a függvényt kijelölte, és a pont NEM a függvénygörbén van. A program ekkor a pontot a függvényhez igazítja úgy, hogy annak 'x' koordinátáját megtartja, és a pontot a függvényhez csatolja.

#### KÉT KIJELÖLT PONT A FÜGGVÉNYEN

 Összekötő szakasz meredekség (derékszögű háromszög) az állapotsorban  $\Delta y$ ,  $\Delta x$ ; az egyenes egyenlete;  $\Delta y/\Delta x$  = meredekség

#### **KÉT KIJELÖLT FÜGGVÉNY**

f(x) = g(x) megoldása: kis színes négyzeteket helyez el a program minden metszéspontban. A metszéspontok koordinátáit az Eredmények ablakban találja. Bármelyik ilyen ponthalmazhoz hozzáadhat egy pontot, ha szükséges.

## CTRL-lal Pontok létrehozása módban

A CTRL nyomvatartása közben várja meg míg az egérmutató egy körré változik egy maximum/minimum vagy egy metszéspont felett, aztán kattintson, hogy egy pontot helyezzen el ott a kívánt helyen.



2D: Kapcsolódó függvények létrehozása



#### tükrözés az y = x egyenesre



Függvény első deriváltja



#### Integrál függvény



Függvénydefiníciók használata

#### EGY KIJELÖLT FÜGGVÉNYEN

#### $\checkmark$ 1. TÜKRÖZÉS az y = x egyenesre

Ez a funkció az y = x egyenesre (pontozott vonallal jelöli a program) tükrözi a függvényt. Az új egyenletet az állapotsoron láthatja, melyet a program az 'x' és az 'y' felcserélésével ér el. Ha a kiindulási függvény szigorúan monoton, a változók felcserélésével megkapja az inverz függvényt.

#### 🗳 2. DERIVÁLT [csak Normál mód]

Az aktuális egyenlet első deriváltját hozza létre, pontozott vonallal ábrázolva.

2D

57

Ha a Lassú kirajzolás be van kapcsolva, lassan ábrázolja a program az eredeti függvényen végig gördülő érintőt. Az ábrázolás megáll minden minimum/maximum és inflexiós ponton. A Space billentyű leütésével megállíthatja, vagy folytathatja az ábrázolást.

#### <sup>[dx</sup> 3. INTEGRÁL FÜGGVÉNY [csak Normál mód]

Alapértelmezett beállításként azt várja, hogy egérkattintásokkal megadja a kezdetiérték-feltételeket ( $x_o$ ,  $y_o$ ) minden megoldáshoz. pl: y = x<sup>A</sup>2 az alábbi formában adja meg a megoldásokat: y = 1/3 x3 + c.

Hatékonyan megoldja a dy/dx = x<sup>2</sup> első rendű differenciálegyenletet. Az integrál függvény kezdő beállításai megegyeznek az első rendű differenciálegyenlet kezdő beállításaival (lásd 62. old.). Lassú kirajzolás módban a megoldás függvényt lassan ábrázolja a program.

#### f(g(f(x) es g(x) FÜGGVENYEK DEFINIÁLÁSA)

Írjon be egy x változójú kifejezést f(x)-hez és akár g(x)-hez is, de g(x)nél hivatkozhat is az f(x) függvényre. Példánk: (Új egyenlet megadásánál már ismerni fogja a program az előzőleg definiált f és g függvényeket.)

| Függvénydefiníciók:               | <i>Beírar</i>        |
|-----------------------------------|----------------------|
| $f(x) = x^2$                      | y = f(x              |
| g(x) = (f(x + h) - f(x - h))/(2h) | y = f(x)<br>y = g(x) |

Beírandó képlet: y = f(x) y = f(x + a)y = g(x)

## 2D: Numerikus eljárások 1 - területek







## 2D: Numerikus eljárások 2



#### Newton-Raphson módszer



Szelőmódszer



quation 2: y = acosx

Fixpont iteráció módszer



Maclaurin sor

#### + NEWTON(-RAPHSON) MÓDSZER

#### VAGY jelöljön ki egy y = f(x) függvényt:

A jobb-klikk opció az "lteráció beállításai" ablakot nyitja meg. Adja meg az x<sub>o</sub> kezdőpontot, aminek közelében a gyököt keressük. Használja a nyíl gombokat, vagy a FEL/LE billentyűket az iterációk számának a növeléséhez/csökkentéséhez.

#### VAGY jelüljön ki egy pontot egy y = f(x) függvényen

Az "Iteráció beállításai" ablakban ugyanúgy vezérelheti az algoritmust, mint fentebb. A pont mozgatásával változtathatja a kezdőpont helyzetét.

Az iterációs lépések kijelöléséhez: kattintson bármelyik elemére. Az iterációs lépések újraszerkesztéséhez: kattintson duplán bármely elemére.

2D

59

#### + SZELŐMÓDSZER

#### VAGY jelöljön ki egy y = f(x) függvényt,

A jobb-klikk opció a "Szelőmódszer beállításai" ablakot nyitja meg. Adja meg az x<sub>0</sub> és x<sub>1</sub> kezdőpontokat, amik között található a keresett gyök. Használja a nyíl gombokat, vagy a FEL/LE billentyűket az iterációk számának növeléséhez/csökkentéséhez.

VAGY jelöljön ki KÉT pontot egy y = f(x) függvényen.

#### FIXPONT ITERÁCIÓS MÓDSZER: x = g(x)

VAGY jelöljön ki az y = x függvényt ÉS egy y = f(x) függvényt A jobb-klikk opció a "Fixpont iteráció beállításai" ablakot nyitja meg. Adja meg az  $x_0$  kezdőpontot. Használja a nyíl gombokat, vagy a FEL/ LE billentyűket az iterációk számának növeléséhez/csökkentéséhez.

## VAGY jelöljön ki egy pontot az y = x függvényen, és egy y = f(x) függvényt.

Az f(x) függvény tartalmazhat konstanst. Tehát a konstans értékének változtatásával az egész iterációs folyamatot változtathat.

#### **+ MACLAURIN SOR**

Jelöljön ki ki egy y = f(x) függvényt. Használja a jobb-klikk opciót a megjelenített tagok számának meghatározására (max 10), akár a köztes tagokkal, akár azok nélkül (Progresszív megjelenítés). Nagyobb darabszámnál a numerikus eljárás megbízhatatlanná válhat.

A tagokat az állapotsorban láthatja. Jelölje ki bármelyik új görbét. Az Animáció Vezérlővel dinamikusan változtathatja a tagok számát.

## 2D: Paraméteres függvények











Paramétereket tartalmazó függvények. A képen a szögek mértékegysége fokra vannak állítva.



Egyenespár paraméteresen ábrázolva. A ± előjel miatt két ábrát hoz létre..



Parabolikus (ferde hajítás) pálya parametrikus ábrázolása.

60

#### PARAMÉTERES FÜGGVÉNYEK:

Használjon pontosvesszőt x(t) és y(t) elválasztásához, a sorrend nem számít. ("Egyenlet" =>"Új egyenlet" vagy Enter billentyű megnyomása után a felugró ablakban adhat meg új egyenleteket.) PI.: x = ut; y = h + vt  $-\frac{1}{2}$ gt<sup>2</sup> egy parabola egyenlete

 $x = asin\theta$ ;  $y = bcos\theta$  egy kör vagy ellipszis egyenlete Használhat 't'-t vagy ' $\theta$ '-t [ALT-T] paraméternek.

#### Egyenlet beállítások:

Automatikus: Legtöbbször t=0-ról kezd, amíg az ábrázolás a képernyőn marad, majd ismét t=0-ról kezd a másik irányba. Trigonometrikus egyenleteknél, az alapértelmezett a t=0-tól 360°-ig vagy 0-tól 2pi-ig.

*Manuális:* állítsa be a kezdő- és végértéket és a lépésközt. MEGJEGYZÉS: Az 'Automatikus' opció trigonometrikus beállításokat vesz alapértelmezettnek, ha az egyenletben trigonometrikus kifejezés szerepel. Ez néha nem megfelelő, pl: x = (vcos\u00c6)t, y = (vsin\u00f6)t – ½gt^2, ilyenkor a 't' manuális beállítása fontos. Ezenkívül, ezekben a trigonometrikus kifejezésekben konstansnak a '\u00f6't használjuk, és a \u00f6-t pedig paraméterváltozónak (akárcsak 't'-t).

Lassú kirajzolás: a kirajzolást megállíthatja (space billentyű) és leolvashatja a 't' értékét. Az állapotsor mutatja 't', 'x' és 'y' aktuális értékeit.

Egy PARAMÉTERES FÜGGVÉNY kijelölésével:

- Felvett értékek: 'ť értelmezési tartományának és a lépésköznek
- a beállítása. 'ť-t, 'x'-et, 'y'-t mutatja az Eredmények ablak.
- Ponthalmaz létrehozása: 'ť'. értelmezési tartományának és a lépésköznek a beállítása. A függvénygörbére illesztett ponthalmazt lineáris szakaszokkal összeköti.
- Aszimptota: kirajzolja a függvény aszimptotáitl
- Érintők és merőlegesek: Érintőket vagy merőlegeseket rajzol

#### 🥩 Derivált

Az aktuális paraméteres görbe első deriváltját generálja, pontozott vonallal mutatva.

Egy paraméteres görbéhez hozzáadott pontot a program a legközelebbi 'szép' 't' értékhez illeszti. Ezek után a BAL/JOBB nyíl billentyűkkel mozgathatja a pontot a görbe mentén, az aktuális léptékkel. Duplán kattintva a pontra, megváltoztathatj 't' aktuális

Egy Parametrikus görbéhez csatolt PONT kiválasztásával: (a szokásos egy ponthoz tartozó opciókon felül)

- Érintő
- y = mx + c formában megadott egyenlet.
- Merőleges
  Sebesség vektor
- y = mx + c formában megadott egyenlet. Koordináták adottak Koordináták adottak
- Gyorsulás Vektor

értékét és a lépésközt.

# 2D: Ábrázolás polár koordinátarendszerben



Függvény ábrázolása polár koordinátarendszerben.



Ha 'r' értéke negatívvá válik, a megoldásgörbét pontozott vonallal ábrázolja a program.



Görbék különböző 'k' értékekre..



Egy polár koordinátarendszerben kijelölt pontnak az 'r' és 't' koordinátái láthatóak.

#### POLÁR KOORDINÁTÁS FÜGGVÉNYEK: bármelyik formában

megadható: ("Egyenlet">"Új egyenlet" vagy Enter billentyű.) PI.: r = a Egy kör  $r = sin2\theta$  Egy 'virág'  $1/r = 1 - kcos\theta$  Egy görbe  $r^2 = t$  Két 'ág'

 $r^2 = t$  Kết 'ảg'  $\theta = n\pi/8$  Körkörös vonalak 't'-t vagy 'θ'-t [ALT T] használhatunk paraméterként.

Használja a A Poláris koordinátarendszer és 1 Tengelyek egyenlő skálázása funkciókat a szemléletesebb ábrázolás érdekében.

Használja a Zengelyek szerkesztése gombot. A Tengelybeállítások fül Rács pontjánál az Osztásközt növelve finomabban osztja fel a koordinátarendszert.

Egyenletbeállítások:

*Automatikus:* 0-t 0-tól 360°-ig (fok), vagy 0-tól 2pi-ig (radián) fut. *Manuális:* Beállíthatja 0 kezdő- és végértékét valamint a lépésközt. Az 'r' negatív értékeit pontozott vonallal ábrázolja a program.

Lassú kirajzolás: megállíthatja és leolvashatja 'θ' értékét. 'r'-t és 'θ'-t mutatja az állapotsor.

Egy kijelölt POLÁRKOORDINÁTÁS FÜGGVÉNNYEL (úgy mint a Paraméteressel):

- Felvett értékek, Ponthalmaz létrehozása, Aszimptota,
- Érintők és merőlegesek.

#### 学 Derivált

Az aktuális paraméteres görbe első deriváltját generálja, pontozott vonallal mutatva.

**Az alapértelmezett illesztési beállítások** 'ť-hez (vagy 'θ'-hoz): pi/32 (radián), 4°(fok). Polárkoordinátás ábrázolt pontok mozgatása:

## Polárkoordinátás függvényhez csatolt pontok

Egy Poláris görbéhez hozzáadott pontot a program a legközelebbi 'szép' 't' értékhez illeszti, amit az alapértelmezett illesztési beállítás határoz meg. Ezek után a BAL/JOBB nyíl billentyűkkel mozgathatjuk a pontot a görbe mentén, az aktuális léptékkel. Duplán kattintva a pontra megváltoztathatja 't' aktuális értékét és a lépésközt. Egy Polárkoordinátás görbéhez csatolt PONTTAL (csakúgy, mint a Paraméteressel):

★Érintő, ★ Merőleges Egyenlet y = mx + c formában megadva.

## Szabad pontok polárkoordinátarendszerben

Szabad pontokat helyezhet el a polár koordinátarendszerben. A program a szabad pontokat összeköti az origóval, és megjeleníti a θ szöget. Az állapotsorról leolvashatja r és θ értékét. A pontot az egérrel mozgathatja, vagy a NYÍL billentyűkkel:

 BAL/JOBB
 'θ' értékét változtatja az aktuális léptékkel.

 FEL/LE
 'r' értékét változtatja az aktuális léptékkel.

 (+Ctrl, +Shift a lépésköz tized vagy századrészéhez, szokásosan.)

www.autograph-maths.com

2D

## 2D: Differenciálegyenletek



| Edit 1st Order D.      | E. Options  | ?                        |
|------------------------|-------------|--------------------------|
| - Equation             | y' + y =    | x                        |
| - Initial Conditions - |             |                          |
| 💽 Manual               | 🚫 Point     | 🚫 Point Set              |
|                        | Enter Start | Points                   |
| Step Size              |             | Options                  |
| ⇒-step: 0.1            | 🗸 Auto      | Show Slope Field         |
| n-step: 0.1            | Auto        | Stop at first off screen |
|                        |             | Iterations: 1000 🤤       |
| ОК                     | Cancel      | Help                     |
|                        |             |                          |

21

62





A Runge-Kutta módszer alkalmazható a legtöbb elsőrendű differenciálegyenlet közelítő megoldására. A képen körkörös trajektóriákat (megoldásgörbéket) láthatunk.

#### ELSŐRENDŰ DIFFERENCIÁL EGYENLETEK

Az egyenleteket megadhatja y'-nal vagy dy/dx-szel, pl: y-x változók: y' = y/x y' + ky = x dy/dx = x x-t vagy v-t változók:  $\dot{x} = 2t^2$   $\dot{v} = sint$ 

Használja a 'Tengelyek szerkesztésé'-t a változók megadásához, vagy...

Lasználja a Paraméteres x-t' beállítást a tengelyek x-t-re állításához. Független 't' változóval: x' és v' helyett x és v-t használ.

#### Kezdeti érték

*Kézi kiválasztás* - egérkattintással adja meg x0 és y0 kezdeti értékét, majd kezdődik a megoldásgörbe ábrázolása. "Lassú kirajzolás" módban ezeket lassan ábrázolja a program. *Kijelölt pont* - ehhez ki kell jelölnie egy pontot, mielőtt az Egyenletbeállításokba belépne. Egy megoldásgörbét rajzol a kijelölt ponttól, melyet mozgathat.

Ponthalmaz - használje a '**Ponthalmaz megadása'** gombot, hogy több egy vonalba eső kezdőpontot adjon meg, vagy az egyik tengely mentén, vagy két megadott pont között.

#### Lépésköz

A Runge-Kutta módszert a legtöbb esetben sikeresen alkalmazhatja. Átállíthatja az x- vagy y-lépésközt, ha szükséges. Az 'Auto' funkcióval a megoldásokat a kezdőpont pozitív és negatív irányaiban is ábrázolja a program.

#### Beállítások:

Vektormező mutatása - Megmutatja az adott pontból induló megoldásgörbe érintőjének meredekségét az adott pontban. Nézet szélére érve megáll - a megoldásokat végtelen ideig ábrázolhatná a program a képernyőn kívül. Iterációk - mennyi iterációs lépést végrehajtva álljon meg (megvéd a végtelen számításoktól).



Newton's 1st Law: mg – kv = n Terminal Velocity: v = mg/k

> ltt a változókat 'v'-re és 't'-re változtatta. v' szerkesztésével a v automatikusan megváltozik. A vektormező opcionális.



| Edit 2nd Order D.E. | Options 🛛 🛛 🛛 🛛             |
|---------------------|-----------------------------|
| Equation            | y" + y = x                  |
| Initial Conditions  |                             |
| 🔵 Manual            | O Point O Point Set         |
|                     | Enter Start Points          |
| Initial Slope       |                             |
| ⊙ Single: 0         | O Multiple: -2, -1, 0, 1, 2 |
| Step Size           | Options                     |
| ⇒-step: 0.1         | Draw Gradient               |
| Auto 🔽              | Stop at first off screen    |
| ок                  | Cancel Help                 |









#### MÁSODRENDŰ DIFFERENCIÁL EGYENLETEK

Az egyenleteket megadhatja y"-vel, vagy d²y/dx²-vel, pl:y-x változók:y" = xy" + y' = 3x-t változók: $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + x = sint$ 

Használja a 'Tengelyek szerkesztésé'-t a változók megadásához, vagy...

L Használja a 'Paraméter x-t' beállítást a tengelyek x-t -re állításához. Független 't' változóval x' és v' helyett x és x használ.

**EGYENLETBEÁLLÍTÁSOK:** Ha elégedett az alapértelmezett beállításokkal, nem kell ezt az ablakot megnyitni. *Egy* másodrendű differenciál egyenlet megadásához két kezdeti érték feltétel kell - az Autograph a kezdeti értéket (kezdőpontban) és a kezdeti meredekséget (első derivált értéke adot pontban) használja.

#### Kezdeti érték

*Kézi kiválasztás* - egérkattintással kezdődik a megoldások ábrázolása.

*Kijelölt pont* - ehhez ki kell jelölnie egy pontot, mielőtt az Egyenlet beállításokba belépne. Egy megoldásgörbét rajzol a kijelölt ponttól, melyet mozgathat.

*Ponthalmaz* - használja a '**Ponthalmaz megadása**' gombot, hogy több egy vonalba eső kezdőpontot adjon meg, vagy az egyik tengely mentén, vagy két megadott pont között.

#### Kezdeti meredekség

Itt állítsa be a kezdeti értéket, vagy adjon meg egy pontosvesszőkkel elválasztott listát.

#### Lépésköz

Egy módosított 'Runge-Kutta' módszert használ, amely legtöbbször jól működik. Csak a független változó 'x' vagy 't' értékét állíthatja be a kívánt mértékre.

#### Beállítások:

Derivált mutatása - ábrázolja az első deriváltat, dy/dx-et vagy dx/dt-t, a megoldásgörbével együtt.

Nézet szélénél megáll - a megoldásokat végtelen ideig ábrázolhatná a program a képernyőn kívül.



Harmonikus rezgőmozgás. 'λ' (tompítás) értékei és az 'n' (frekvencia) változtathatóak. Figyelje meg a differenciálegyenlet implicit alakját.

www.autograph-maths.com



www.autograph-maths.com



## 3D ábrázolás: XYZ Grafikák のか 原馬甲酸市 やみのの OT B e. 3D No. A Step: 0.1 0 Ski Slope: z = a sinx cosy Horizontal Plane: z = 0 435 x = -0.2672, y = -3.052, z = 2.36 Normal Unit Vector: [0.7328,0.04752,0.6787]

www.autograph-maths.com



## 3D: Az Egyszerűsített és Normál mód



#### 3D Munkalap: Alap jobb-klikk menüje



66

- Új egyenlet [Csak Normál módban] [ENTER szintén ezt nyitja meg] Az egyenlet típusát automatikusan felismeri. Konstansokat elfogad; egyenlet beállítási lehetőségek az egyenlet típusától függenek.
- Új pont Használhat számokat, kifejezéseket, konstansokat.
- Irányvektoros egyenes [Csak Normál módban] Formátuma: [x,y,z] = [a,b,c] + \lambda(g,f,h]
- Sík megadása két vektorral [Csak Normál módban] Formátuma:  $[x,y,z] = [a,b,c] + \lambda[f,g,h] + \mu[l,m,n]$

#### ♦ Új alakzat Boénített al

Beépített alakzatok közül válaszhat, vagy megadhatja a pontok koordinátáit.



## 3D: A grafikai eszköztár

#### A 3D EGÉRFUNKCIÓK

Az egérfunkciók eszköztára megváltozott, hogy alkalmazkodjon a 3D-s környezet igényeihez.

- Kijelölés egérrel: Ha nem egy objektumra mutat, a Kijelölés Vonszolásként viselkedik.
- Pontok létrehozása: Egy pontot helyez el a térben félútra a határoló kockán keresztül, a szem vonalára. Kattintson duplán a pontra a koordináták szerkesztéséhez.
  - [Nem lehetséges 3D-ben rajzolni!]
  - Radír
    - **Munkalap húzása:** Az egész környezetet forgatja.
    - + CTRL: LE/FEL BE/KI Zoomol
  - + SHIFT: A 'kamerát' mozgatja körbe.
- ዲደ

**Kijelöl és közelí/távolít:** mindegyik tengelyre közelít, középpontja a kocka közepe.

- Ez csak az x tengelyre közelít.
  - Ez csak az y tengelyre közelít.
  - Ez csak az z tengelyre közelít.

#### EGYSZERŰSÍTETT és NORMÁL 3D

Az Egyszerűsített módban ugyanúgy az ENTER megnyomása után lehet új objektumok egyenletét megadni

Minden művelet a 'határoló kockán' belül történik. Nem lehet rajzolni, se szövegdobozt beilleszteni.

#### **3D IKONSOR**



A vonalvastagság opció csak a vonalakra érvényes.

67

Csak Egyszerűsített módban érhető el: Az alapértelmezett a tizedes skála.

## 3D: Hogyan működik?



#### 🖉 TENGELYEK szerkesztése 3D-ben



## 3D

#### Ábrázolási tartomány, címkék, beállítások:

Ugyanaz, mint 2D-ben, kivéve hogy a Beállításoknál az alapértelmezett opciók a következők: Tengelyek a lapszélre, Nyilak mutatása, Határoló téglalap mutatása.

#### Megjelenés:

68

**E E Színek és vonalak =>háttér:** általában jobb az ikonsor három gomját használni, mivel a tengelyek színe automatikusan változik, hogy illeszkedjen.

**Átlátszóság:** a 3D egyenlet megadásakor a "Formátum" lehetővé teszi a felületek színének és átlátszóságának beállítását, de általában jobb beállítani az összeset egyszerre (itt), mint egyesével. **Megvilágítás:** Itt megadhatja az alábbi paramétereket:

"Ambiens fém" (környező fény) "Visszaverődés" és "Élesség", valamint hozzáadhat még fényforrásokat. A videokártyától függ, hogy mit állíthat be.

### 🗟 , 🕙 Vonszolás és Zoomolás 3D-ben

A 'vonszolás' kijelölés egérrel módban is előhívható, ha nem egy objektumra mutat. Az egész koordinátarendszert mozgathatja a bal gomb nyomvatartásával. + CTRL: közelíthet és távolíthat a kamerával.

- a FEL és LE gombokkal.
- + SHIFT: a kamerát mozgathatja körbe.

#### PONTOK LÉTREHOZÁSA 3D-BEN

3D-s környezetben a pontokat kis kockák jelölik, és minden kijelölt pontnak van egy kis extra 'rétege'. Nincs megkülönböztetése az 'aktuális' pontnak.

A Kijelölés egérrel mód ugyanúgy használható mint 2D-ben. Ha az egér NEM mutat egy már meglévő objektumra, a pontok 'szabadok', és létrehozásukkor félútra kerülnek a határoló kockában. A koordináták ésőbb szerkeszthetők (dupla-klikk).

Ha úgy ad meg új pontot, hogy egy objektumra mutat (pl. egy síkra), a pont az objektumhoz kapcsolódik. Kattintson duplán a kapcsolt pont szerkesztéséhez. (általában csak az x és y értékek).

(,) Az Új pont a koordináták pontos megadását igényli, pl.  $(2\pi/3, 1, 2)$  vagy konstansok is használhatók, pl. (a, b, c).

A pontot vagy egérrel vonszolhat (a fenti elhelyezési szabály szerint), vagy ezeket használhatja: Nyilak: Bal/Jobb az 'x' koordináta értékét állítja Fel/Le az 'y' koordináta értékét állítja.

A Léptetés mértéke úgy állítható, mint 2D-ben. Az alapértelmezett léptetés 0,1 egység. Tartsa nyomva CTRL-t 0.01-hez vagy SHIFT+CTRL-t 0.001-hez!

**1** Egyszerűsített módban ezek a léptékek 10zel szorzódnak. Ha a Húzott objektum rácsponthoz igazítása (1) a beállított opció.



Egyetlen pont kijelölésekor használja a "Tengelyvetület" opciót a pontos koordinátákért.



# 1 - 0, y = 0, z = 2 migH Line (x,y) = 0, -30) + A5.32 Redere

#### 2 ponton átmenő egyenes (0; -3; 0) és (0; 0; 2): [x; y; z] = [0; -3; 0] + λ[0; 3; 2]



y=z és y=1 síkok metszete: [x;y;z] = [0;1;1] + λ[1;0;0]; Közrezárt szög = 45°



Három pontra illesztett sík (0; –2; 0); (2; 0; 0) és (0; 0; 2) : 0.5x – 0.5y + 0.5z = 1



Éríntősík egy paraboloidhoz. Eredmények másolása: "Munkalap" => "Állapotsor másolása".

## 3D: Egyenesek és síkok

#### EGYENESEK 3D-BEN

Minden egyenes a következő formátumban van megadva az Állapotsoron: [x; y; z] = [a; b; c] +  $\lambda$ [f; g; h] EGY PONT kijelölésekor:

 x, y vagy z tengellyel párhuzamos egyenes (a ponton keresztül)

- KÉT PONT kijelölésekor:
- Illeszkedő egyenes
- Összekötő szakasz

távolság megadva az állapotsorban Δx; Δy; Δz megadva az állapotsorban

**Irányvektoros egyenes**  $[x; y; z] = [a; b; c] + \lambda[f; g; h]$ Közvetlenül vektoros formában is megadható az egyenes. EGY PONT, SÍKHOZ vagy FELÜLETHEZ csatolva

- Normálvektor
- KÉT SÍK kijelölésekor
- Metszésvonal
- EGY PONT és egy VEKTOR kijelölésekor

Összekötő szakasz meredeksége

Egyenes (irányvektoros)

#### SÍKOK 3D-BEN

Síkok egyenletét kétféleképpen adhatja meg: ax + by + cz = 1 vagy vektor formában [x; y; z] = [a; b; c] +  $\lambda$ [f; g; h] +  $\mu$ [l; m; n].

EGY PONT kijelölésekor: • x, y vagy z tengelyre merőleges sík (a ponton keresztül) HÁROM PONT kijelölésekor, vagy EGY PONT és egy EGYENES vagy VEKTOR kijelölésekor

- ◆ Sík (vektor || sík)
- EGY PONT és egy VEKTOR kijelölésekor
- ◆ Sík (normálvektoros) (vektor ⊥ sík)
- EGY PONT és KÉT VEKTOR kijelölésekor

Sík (irányvektoros) [x, y, z] = [a, b, c] + λ[f, g, h] + μ[l, m, n]

Irányvektoros sík közvetlenül megadható a következő formában:

 $[x; y; z] = [a; b; c] + \lambda[f; g; h] + \mu[l; m; n]$ 

**Új egyenlet** megadható közvetlenül is

pl.: x = k; y = k; x + y = k; ax + by + cz = d

EGYENESHEZ csatolt PONT kijelölésekor: • Merőleges Sík

Egy z = f(x, y) FELÜLETHEZ csatolt PONT kijelölésekor:

• Érintő Sík Ezen belül beállíthatja, hogy csak Síkrészletet vagy a

teljes síkot szeretné megjeleníteni. EGY PONT és egy VEKTOR kijelölésekor:

Sík (normálvektoros)



## 3D: Vektorok





Csakúgy, mint 2D-ben, kétféle lehetőség van: írja be a koordinátákat, vagy kössön össze két pontot..





opcióval úgy forgathatja a koordináta rendszert, hogy lássa, a három vektor egy síkban van.



Egy példa a skalárszoros vektorra, és a pont és egyenes távolságára. (Az egyenes legközelebbi pontja.)



Két vektor három (vonszolható) pontból egy síkhoz csatolva, vektoriális szorzatukkal.

70

#### VEKTOROK 3D-ben

#### VEKTOR LÉTREHOZÁSA EGY PONTBÓL

Csakúgy, mint 2D-ben, egy 3D vektor létrehozásához is ki kell jelölni egy pontot, ez lesz a vektor kezdőpontja. A jobb-klikk menüből válassza a "Vektor" menüpontot és adja meg Derékszögű [x, y, z], vagy Polár [r,  $\theta$ ,  $\phi$ ]. formában. Ha konstansokat használ, ezeket megváltoztathatja a Konstansok vezérlőben.

Az így létrehozott vektor a kezdőpont vonszolásával mozgatható.

#### VEKTOR LÉTREHOZÁSA KÉT PONTBÓL

Vektort létrehozhat két kijelölt pont között is, így mozgathatja bármelyik végén.

A vektor hárm összetevőből áll: kezdőpont, végpont és maga az irányított szakasz (egy nyíllal a közepén). A vektort a szakasz részre kattintva jelölheti ki.

EGY VEKTOR [a, b, c] és egy PONT [l, m, n] kijelölésekor egy új vektor hozható létre a pontból a következőképpen:

- ◆ Ellerntett vektor [-a, -b, -c]
- ◆ Vektor másolása [a, b, c]
- Egységvektor [a/r, b/r, c/r],  $r = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$
- Szorzás skalárral (adja meg a skalárt) [ka, kb, kc]
   Az eredeti vektor skalározását hozza létre 'k' animálható.
- ◆ Egyenes i(irányvektoros) [x, y, z] = [l, m, n] + λ[a, b, c]
- Egyenes legközelebbi pontja a vektor egyenesén

KÉT VEKTOR [a, b, c] és [l, m, n] kijelölésekor:

- + Bezárt szög (két vektor) (\*) fok vagy radián
- Skalárszorzat (\*) al + bm + cn
   (\*) az 'Eredmények' ablakban látható

KÉT VEKTOR [a, b, c] és [l, m, n] és egy PONT [p, q, r] kijelölésekor létrehozható egy új vektor a pontból a következőképpen:

- Összegvektor
- Különbségvektor
- Vektoriális szorzat
- [a + l, b + m, c + n][a - l, b - m, c - n]

EGY PONT és egy SÍK vagy z = f(x,y) FELÜLET kijelölésekor **Normálvektor** 

Merőleges egyenes

# *M* 3D: Kiszámított pontok, távolságok, szögek



Egy pont, az egyenes és a sík döféspontjához csatolva.



Síkokat megadhatunk normálvektoros vagy irányvektoros egyenlettel, vagy 3 pontjára illesztve.



Két egyenes távolsága (legkisebb távolság). Az állapotsorban megjelenik a szög és a távolság.



Egy 3D alakzat szakaszokból összeállítva. Jelölje ki bármely kettőt, hogy megtudja a közbezárt szögüket.

#### **KISZÁMÍTOTT PONTOK 3D-BEN**

Csakúgy mint 2D-ben, "KISZÁMÍTOTT PONTOK" kis színes kockaként jelennek meg, és nem adódnak a ponthalmazhoz. Kijelölhetőek (törléshez), és pont csatolható a kiszámított ponthalmazhoz.

EGYENES és SÍK kijelölésekor

- Metszéspont
- KÉT SÍK kijelölésekor • Metszésvonal
- KÉT PONT kijelölésekor
- Súlypont

HÁROM vagy TÖBB PONT kijelölésekor • Súlypont

3D

71

#### LEGRÖVIDEBB TÁVOLSÁGOK 3D-ben

Az állapotsorban megjelennek a kezdő- és a végpont(ok) koordinátái, a távolsága és a bezárt szög.

- EGY PONT és EGY SÍK kijelölésekor • Legközelebbi pont
- EGY PONT és egy EGYENES vagy VEKTOR kijelölésekor • Egyenes legközelebbi pontja
- KÉT EGYENES kijelölésekor **Legkisebb távolság**
- KISZÁMÍTOTT SZÖGEK 3D-ben
- Az 'Eredmények' ablakban látható, fokokban vagy radiánban. A "VONAL" itt jelenthet egynest, vektort, vagy szakaszt.
- KÉT VONAL (vagy bármilyen kombináció) kijelölésekor • Bezárt szög
- EGY EGYENES és egy SÍK kijelölésekor

KÉT SÍK kijelölésekor



## 3D: Alakzatok és transzformációk



él él él

él



Egy négy csúcsú 3D alakzat (kék) középpontosan nagyítva (lila alakzat).

#### Lineáris transzformációk **3D MÁTRIX-szal**

3D

72

Adja meg a transzformációs mátrix vektorait (oszloponként); ha invertálni szeretné a mátrixot, nyomja meg az "Invertálás" gombot.

A következő előre beállított lineáris transzformációk érhetők el:

| Forgatás x tengely körül |   |   |                                |  |  |  |
|--------------------------|---|---|--------------------------------|--|--|--|
| (                        | 1   | 0                                       | 0)                             |  |  |  |
|                          | 0   | cosθ -                                  | -sin0                          |  |  |  |
|                          | 0   | sinθ                                    | cosθ∫                          |  |  |  |
| Forgatás y tengely körül |   |   |                                |  |  |  |
| (                        | cosθ  | 0                                       | sin0)                          |  |  |  |
|                          | 0   | 1                                       | 0                              |  |  |  |
| (-                       | -sinθ   | 0                                       | cosθ∫                          |  |  |  |
| Forgatás z tengely körül |   |   |                                |  |  |  |
| For                      | gatás z   | tengely                                 | körül                          |  |  |  |
| For                      | <b>gatás z</b><br>cosθ -                            | <b>tengely</b><br>-sinθ                 | körül<br>0 )                   |  |  |  |
| For                      | <b>gatás z</b><br>cosθ -<br>sinθ                    | <b>tengely</b><br>-sinθ<br>cosθ         | körül<br>0<br>0                |  |  |  |
| For                      | <b>gatás z</b><br>cosθ -<br>sinθ<br>0               | <b>tengely</b><br>-sinθ<br>cosθ<br>0    | körül<br>0<br>0<br>1           |  |  |  |
| For                      | rgatás z<br>cosθ -<br>sinθ<br>0<br>gyítás           | <b>tengely</b><br>-sinθ<br>cosθ<br>0    | körül<br>0<br>1                |  |  |  |
| For                      | rgatás z<br>cosθ -<br>sinθ<br>0<br>gyítás<br>k      | tengely<br>-sinθ<br>cosθ<br>0           | körül<br>0<br>1<br>0           |  |  |  |
| For<br>Nag               | rgatás z<br>cosθ -<br>sinθ<br>0<br>gyítás<br>k<br>0 | tengely<br>-sinθ<br>cosθ<br>0<br>0<br>k | körül<br>0<br>0<br>1<br>0<br>0 |  |  |  |

Ha bármelyik elem tartalmaz konstansokat, azok állíthatók a konstans vezérlőben.

Transzformáció animálásához jelölje ki a transzformált alakzatot, majd válassza az "Objektum animálását" hogy a megadott transzformációt végrehajtsa n-szer. (n = -1 egyenlő az inverz transzformációval.)

#### ALAKZAT LÉTREHOZÁSA 3D-ben

🚹 3D-ben az alakzat háromszögekből kell álljon, egy alakzat létrehozásához több lehetőség van:

1. Használja az "Új alakzat" => "Alakzatok" opciót, és válasszon egy lehetőséget:

| Tetraéder | 4 pont,  | 4 háromszög  | vagy 6  |
|-----------|----------|--------------|---------|
| Octaéder  | 6 pont,  | 8 háromszög  | vagy 12 |
| Kocka     | 8 pont,  | 12 háromszög | vagy 12 |
| lkozaéder | 16 pont, | 20 háromszög | vagy 30 |

Dodekaéder 20 pont, 36 háromszög vagy 32 él

Alapértelmezettként teli háromszögeket használ, így testszerű az alakzat megjelenése, de van lehetőség kitöltetlen háromszögek megjelenítésére, vagy csak az élekére.

2. Ha tudja az összes pont koordinátáit, használja az "Új alakzat"ot, és adja meg a pontokat sajátkezűleg. Hármasával adja hozzá a pontokat a háromszögek listájához (Pontok listából rakjon pipát 3 kiválasztott pont mellé, majd "Hozzáad" gomb), amik felépítik az alakzatot, vagy kettesével az egyenesekéhez.

3. Jelöljön ki 3 pontot, majd "Összevonás alakzattá" opció. Az alakzat bővítéséhez jelöljön ki egy új pontot, valamint kettőt a már meglévők közül, és nyomjon ismét "Összevonás alakzattá"-ot, stb.

#### ALAKZAT TRANSZFORMÁLÁSA 3D-ben

Alakzat kijelöléséhez kattintson valamelyik lapjára. Ha csak élekből áll, akkor valamelyik élre kattintson.

EGY ALAKZAT kijelölésekor:

- Forgatás (x tengely körül) + Tükrözés (yz síkra)
- + Forgatás (y tengely körül) + Tükrözés (xy síkra)
- + Forgatás (z tengely körül) + Tükrözés (xy síkra)
- LINEÁRIS transzformáció

EGY ALAKZAT és EGY\_PONT kijelölésekor

Nagyítása

EGY ALAKZAT és EGY EGYENES kijelölésekor

🌮 Szög animálható

A méretarány (Mérték) animálható

EGY ALAKZAT és EGY SÍK kijelölésekor

Tükrözés

Forgatás


## 3D: Egyenletek megadása

| Add Equation   |
|--|
| Equation   |
| Name: Sphere   |
| Equation: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$                    |
| $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$ |
| Edit Constants Startup Options Draw Options          |
| OK Cancel Help                                       |

3D egyenlet megadása nagyon hasonló a 2D-hez. "zz"-ből z² lesz. Mindegyik egyenletnek van megfelelő Egyenlet beállítása.

Használja a "**2D egyenlet (xy síkban)**" opciót, ha nincs 'z' koordináta.

> "Formátum": felület színét és átlátszóságot állíthatja be.



Egy z = f(x, y) felület egy csatolt ponttal, egy érintő sík, és egy normál egységvektor.



Egy kúp, r = z formában megadva, és egy metsző sík, formátum: z = ax + b

Az Autograph a típusa alapján értelmezi az egyenletet:

## Felület: EXPLICIT EGYENLET: z = f(x,y)

pl.: Tojástartó: z = asinxcosyNyereg:  $z = x^2 - y^2$ Paraboloid:  $z = x^2 + y^2$ 

**Kezdő beállítások:** beállíthatja az 'x' és'y' tengelyek mentén a felosztás finomságát, az osztások számát (alap: 50 x 50) maximálisan xy = 200 000 (pl. 400 x 400)-ig. Magasabb értékeknél nagyon lassú az ábrázolás, és betelhet a grafikus memória!

3D

73

## Felület: ELSŐRENDŰ IMPLICIT EGYENLET

| pl.: Sík:                 | ax + by + cz = d     |
|---------------------------|----------------------|
| ez ekvivalens a következő | vektoregyenlettel:   |
| [x, y, z].[a, b, c] = d,  | vagy <b>r. n = d</b> |

### PONT HOZZÁADÁSA FELÜLETHEZ

Egy mozgatható pont a fentiek bármelyikére helyezhető. Megadott (x, y)-hoz, 'z' koordinátát úgy számítja ki a program, hogy illeszkedjen a felületre. Hozzáadott pont kijelölésekor a következő jobb-klikk opciók érhetők el:

Merőleges egyenes: [a, b, c] + λ[l, m, n]
 Normálvektor: [a, b, c]
 Érintő sík: ax + by + cz = 1
 (Ezen belül beállíthatja, hogy csak Síkrészletet vagy a teljes síkot szeretné megjeleníteni.)

## Felület: ÁLTALÁNOS IMPLICIT EGYENLETEK

Ezeket a felületeket nem függvényként értelmezi, nem csatolhat hozzá pontokat. Az ábrázolórendszer általában megfelelő, de kevésbé jó minőségű a kép, ha sarkokat kell ábrázolni. A minőség javítható a felbontás növelésével az "**Egyenlet beállításokban**". A megjelenítésnél az x osztások számát 1 és 30 közötti számra állíthatja.

| P''                 |                         |                            |
|---------------------|-------------------------|----------------------------|
| Négyzet alapú hasáb | o palástja:             | x  +  y  = r               |
| Kúp:                | $x^2 + y^2 = z^2$       | [hengerkoordináták: r = z] |
| Gömb:               | $x^2 + y^2 + z^2 =$     | = r <sup>2</sup>           |
| Henger:             | $x^{2} + y^{2} = a^{2}$ | [hengerkoordináták: r = a] |
|                     | $x^{2} + z^{2} = a^{2}$ |                            |
|                     | $y^2 + z^2 = a^2$       |                            |

www.autograph-maths.com

nl

## 3D: Forgástestek térfogata





Itt adja meg a forgástengelyt, valamint a 2D területen a beállításokat módosíthatja



A görbe alatti terület 2y = 4 - x² és az x-tengely között, az x tengely körül forgatva (vagy bármely más megadott tengely körül).



Lassú kirajzolás használatával, a térfogat lassan 'teljesedik ki'. Az animáció vezérlő manuálisan és automatikusan is működik.



Bármely két görbe között és bármely forgástengely körül létrehozható egy forgástest. A Simpson közelítő módszer sima felületet hoz létre. Az Autograph 3D környezete lehetővé teszi a forgástestek ábrázolását, térfogatuknak kiszámítását. A következőképp működik:

→ 1. Válassza az "x-y felülről"-t a 3D munkalapon

Adjon meg egy y = f(x) függvényt ("Egyenlet" => "Új egyenlet"), és válassza "2D egyenlet" opciót.
 pl.: y = sinx, vagy 2y = 4 - x<sup>2</sup>

## 3. Hozzon létre görbe alatt területet

Vagy jelölje ki a függvényt vagy jelöljön ki két hozzácsatolt pontot Azután válassza a jobb-klikk menüből a "Görbe alatti terület becslése" pontot. Pont úgy működik, mint 2D-ben, a következő négy módszerrel:

Alsó téglalap, Felső téglalap, Trapéz szabály, Simpson szabály Utána adja meg az x-tengelyen a határokat a területhez (ha a kijelölt pontokkal azt még nem definiálta) és adja meg az osztások számát (később dinamikusan változtatható).

"Súlypont mutatása": (x, y) kiszámított pontként.

4. "Lassú kirajzolás": hogy láthassa majd a forgástestet lassan kinyílni.

5. A terület kijelölése után használja a "Forgástest térfogata" opciót a jobb-klikk menüből. Adja meg a forgástengelyt (Konstanst is tartalmazhat. Az alap: y = 0, az x tengely).

"Súlypont mutatása": (x̄, ȳ, 0) kiszámított pontként. Állapotsor: megmutatja a térfogatot, forgatás szögét (π többszöröseként) és a területet.

6. Jelölje ki a forgástestet: Az "Objektum animálása" gombbal változtathatja

(a) a forgatás szögét (0-tól 2π-ig, vagy 360°-ig)
(b) az osztások számát

A Fel/Le nyilak vagy az animálás opció használatával is változtatható.

A **Simpson módszer** közelítő megoldásával a felület sima, a számítás pedig (az állapotsoron) nagyon pontos lesz.

## EGYÉB LEHETŐSÉGEK

#### Két függvény közötti forgástest térfogata

Jelölje ki a két függvényt vagy egy-egy pontot mindegyiken, majd válassza a Görbe alatti terület becslése opciót! Innentől ugyanazok a lépések, mint a fenti 4. ponttól.

• Egy forgástest térfogata bármely forgástengely körül.

Jelölje ki a területet és bármelyik egyenest. Létrejön a kívánt forgástest

**3D** 

74



## 3D: Paraméteres és poláregyenletek



Egy spirál egy csatolt ponttal, érintővel, merőleges síkkal, sebesség és gyorsulás vektorokkal. Ez a kép a Közelítés opció kamera zoomját használta.



Egy kis móka: gömbkoordinátákkal megadott felület, r = cos2θ + kφ és a z = 0 sík metszete.



## **PARAMÉTERES EGYENLET** x = f(t), y = g(t), z = h(t)

Térbeli görbék, mindegyik koordináta (x, y, z) a 't' paraméter értékétől függ. A vonal vastagításához (vagy színezéséhez), használja a "Formátum" opciót az "Egyenlet" => "Egyenlet szerkesztése" ablakban vagy jelöljön ki egy görbét, és használja a Vonal vastagság gombot. t kezdő- és végértéke, és a lépésköz az Egyenlet beállításoknál változtatható.

| Általános függvény:                                       | -5, 5                     | lépésköz 0.1                 |  |  |  |  |  |
|---|---------------------------|------------------------------|--|--|--|--|--|
| Trig. függvény (radián):                                  | 0, 2π                     | lépésköz π/25                |  |  |  |  |  |
| Trig. függvény (fok):                                     | 0, 360°                   | lépésköz 4°                  |  |  |  |  |  |
| pl.: spirál<br>egyenespár                                 | x = sint; y<br>x = t; y = | / = cost; z = t<br>±t; z = 0 |  |  |  |  |  |
| Egy paraméteres görbéhez csatolt (mozgatható) PONT kijelö |                           |                              |  |  |  |  |  |

- Erinto
  Merőleges sík
  Sebességvektor
  Gyorsulásvektor
  - ax + by + cz = 1 [a, b, c] [a, b, c]

## HENGERKOORDINÁTÁK

3D

75

## $r = f(\theta, z)$ vagy $r^2 = f(\theta, z)$ vagy $1/r = f(\theta, z)$

Az Új egyenlet ablakban választhat, hogy r-t henger vagy gömbkoordinátaként értelmezze a program. Bármely  $f(\theta,z)$  egyenlet értelmezhető hengerkoordinátás egyenletként.

pl.: henger: r = 1háromszög, ill. négyszög alapú hasáb palástja: r = 1( $\theta$ -lépésközt állítsa  $2\pi/3$ -ra vagy  $\pi/2$ -re "Egyenlet beállításokban") kúp: r = z

## GÖMBI KOORDINÁTÁK

 $\mathbf{r} = \mathbf{f}(\mathbf{\Theta}, \mathbf{\phi}) \qquad [ALT-T = \mathbf{\Theta}] \ [ALT-F=\mathbf{\phi}]$ 

PI.: gömb: csiga r = 1 r = 1.3^θ sinφ

 $\begin{array}{ll} \mbox{Gömbi koordináták Descartes-féle koordináta-rendszerben is} \\ \mbox{megadhatók:} & x = f(\theta, \varphi), \ y = f(\theta, \varphi), \ z = f(\theta, \varphi) \\ \mbox{Pl.:} & tórusz: \ x = cos(\theta)(p + qcos(\varphi)); \ y = sin(\theta)(p + qcos(\varphi)); \ z = qsin(\varphi) \\ \end{array}$ 

Gömbi koordináták átalakítása Descartes koordinátákká:  $r = f(\theta, \phi) = x = rsin\phi cos\theta; y = rsin\phi sin\theta; z = rcos\phi$ 



www.autograph-maths.com

76



# SÚGÓ és KIEGÉSZÍTÉSEK



www.autograph-maths.com

77

## Autograph Súgó használata [F1]



Az Autograph Súgó közel 300 összefűzött lapból áll. Nyomjon F1-et ha az Autograph fut, vagy válassza a "Súgó" => "Súgó" opciót. A súgó fájl megtalható még a következő módon:, "Start" => "Minden program" => "Autograph 3.20" => "Help".

#### Négy kinvitható elem található baloldalt:

TARTALOM egy kibontható listát kínál a súgó összes eleméről.

INDEX betűrendes listát kínál minden kulcskifejezésről. KERESÉS hatékony kulcsszó keresést biztosít a teljes tartalomban

KÖNYVJELZŐK listázza az Ön mentett könyvjelzőit és kereséseit.

#### PÉLDÁK FÜGGVÉNYTÍPUSOKRA

Ez a rész felsorol néhány függvényt minden függvénytípushoz. Bármelyik függvény kijelölhető és bemásolható a 2D vagy 3D "Egyenlet" =>"Új egyenlet" ablakban..

#### 2D grafikus munkalap

| <b>U I</b>                  |                          |
|-----------------------------|--------------------------|
| Descartes-koord. $y = f(x)$ | Descartes-koord.x = f(y) |
| Trigonometrikus             | Inverz Trigonometrikus   |
| Exponenciális               | Hiperbolikus függvények  |
| Átrendezhető implicit       | Kúpszeletek              |
| Általános implicit          | Érdekes függvények       |
| Egyenlőtlenségek            | Szakaszonként definiált  |
| Függvénydefiníciók          | Evolúták                 |
| Paraméteres függvények      | Polárkoordinátás         |
|                             | Commence from the large  |

rz Trigonometrikus rbolikus függvények szeletek ekes függvények aszonként definiált úták rkoordinátás függvények

Elsőrendű diff. függvények Másodrendű diff. egyenletek

#### 3D grafikus munkalap

z = f(x, y)Kúpszeletek Gömbi koordináták

78

Implicit egyenletek Paraméteres Hengerkoordináták





#### FORMULÁK

5. Deriválás

Ez a rész az iskolákban gyakran használt matematika formulák átfogó listája. Bármelyik formula kijelölhető és másolható (pl. Word-be). Minden szimbólum hozzáférhető az "Arial for Autograph" betűtípusban.

#### Matematikai formulák:

- 1. Logaritmus, Exponenciális 2. Trigonometria
  - függvény
- 3. Radián és Fok
- 4. Maclaurin sorok 6. Integrálás

### Valószínűségszámítás és Statisztika

- 2. Populáció statisztikák
- 3. Kombinatorika
- 5. Folytonos eloszlás

1. Alap statisztikák

- 4. Diszkrét eloszlás 6. Centrális határeloszlás
- tétel

Egyéb formulák Numerikus módszerek görbe alatti terület kiszámításához Lineáris transzformációk

Derivált függvények: Numerikus módszerek

## Környezetfüggő Súgó

A legtöbb Autograph párbeszédablakon van "Súgó" gomb. Ez a megfelelő oldalra irányítja a súgóban:

| کم | 🕐 Autograph Help   | × |
|----|--|---|
|    |  | h |
|    | Language de la constance de la const | ^ |
|    | 3D Page: Entering an Equation  |   |
|    | (Advanced Level only.)   |   |
|    | As with 2D Equations, there are many ways to open up the Add Equation dialogue<br>box:   |   |
|    | 1. From the right-click menu   |   |
| ~  | 2. The icon on the toolbar   | ~ |

# Az Autograph kiegészítések használata [F3]

in Action



Egyik legjobb módja, hogy megtudja, mire képes az Autograph, hogy megnézzen egy kis bemutatót.

#### 1. Súgóban

Néhány bemutató került a Súgó alkalmazásba a befejező részhez, és az egyes bemutatók linkelve vannak a megfelelő súgólapokhoz. Szükséges lehet megnövelni a súgóablak méretét, hogy megfelelően lássa az animációt.

## 2. Az Autograph honlapján

## Az Autograph honlapon,

kattintson az 'Autograph in Action' nevű linkre a bemutatókat tartalmazó laphoz.

#### TurboDemo

A bemutatók mind Autograph futása közben egy sorozat képernyőfotó felvételével készültek. A TurboDemo alkalmazás használata tette lehetővé, hogy vizuális effektekkel és magyarázó szövegbuborékokkal egészüljenek ki.

A TurboDemo bemutatók valós idejű videó hatását keltik, de valóján állóképek sorozata, egérmozgással kiegészítve.

A bemutatók listájának sorrendje az Autograph két 'szintjét' tükrözi:

Egyszerűsített Normál.

A két szint témájában a bemutatók szintén sorba vannak téve, a munkalapok típusa szerint: Statisztika és Valószínűségszámítás

- 2D Grafikák
- 3D Grafikák



Minden bemutató tantermi tapasztalatokon alapul. Ezen a példán különböző függvényábrázolások láthatóak.



Az Autograph 3D munkalapjai különösen hatékonyak a bemutatókban. Itt a kúpmetszetek láthatók.

79



vezérelhető, amelyek a szokott módon működnek. Sorrendben: vissza az elejére, vissza egy képkockát, indít/ szünetel, előre egy képkockát, tovább a végére.



## Az 'Arial for Autograph Uni' betűtípus

Az ARIAL FOR AUTOGRAPH' Unicode betűtípus a Monotype Imaging (UK) speciális megbízására készült, hogy minél több olyan karaktert tartalmazzon ami a matematika oktatásában hasznos lehet. Ezek a karakterek használhatók Autographban, vagy bármi más szövegszerkesztésre alkalmas programban (pl. Word).

| A billentyűzeten:<br>Billentyűzeten kívül, nem Uni | cod      | le:                         | <br>°  | ~<br>±                | 2        | 3            | ÷              | ×          | _                                  |               |               |               |            |        |         |          |                       |               |            |         |   |
|--|----------|-----------------------------|--------|-----------------------|----------|--------------|----------------|------------|------------------------------------|---------------|---------------|---------------|------------|--------|---------|----------|-----------------------|---------------|------------|---------|---|
| Cirkumflexus (kúpos ékezet):<br>Pontok és vonalak: | â<br>x   | ĥ<br>ý                      | ĉ<br>ŕ | î<br>Ö                | ĵ<br>v   | ƙ<br>ṡ       | ĥ<br>ψ         | p<br>ż     | ŕ                                  | ŝ<br>X        | t<br>ÿ        | û<br>ř        | ŷ<br>Ö     |        | Ω<br>Χ  | θ<br>ӯ   | $\frac{\hat{\mu}}{X}$ | Ŧ             | ī          |         |   |
| Felső index:<br>Alsó index:                        | -1<br>1  | 2<br>2                      | 3<br>3 | 4                     | 5<br>5   | 6<br>6       | 7<br>7         | 8<br>8     | 9<br>9                             | +             | -             |               | n<br>n     | x<br>a | -x<br>i | у<br>(   | —у<br>)               | r<br>=        | 0          |         |   |
| Görög ábécé:                                       | Α<br>α   | ВГ<br>βγ                    | Δ<br>δ | Ε<br>ε                | ZΗ<br>ζr | ΗΘ<br>1 θ    |                | К /<br>к / | λΜ<br>λμ                           | N<br>v        | Ξ<br>ξ        | О Г<br>о т    | 1 Ρ<br>τ ρ | Σ<br>σ | T<br>T  | Y⊈<br>∪¢ | X<br>X<br>X           | Ψ<br>Ψ        | Ω<br>ω     |         |   |
| Törtek:<br>Vegyes:                                 | 1⁄₂<br>€ | ³⁄2<br>l                    | ⅓<br>Å | 2/3                   | 1⁄4<br>C | 3⁄4<br>ℕ     | 1∕5<br>₽       | ²⁄5<br>Q   | ³∕₅<br>ℝ                           | ⁴⁄5<br>ℤ      | 1⁄6           | 5⁄6           | 1⁄8        | 3⁄8    | 5⁄8     | 7⁄8      |                       |               |            |         |   |
| Nyilak:  | ¢<br>¢   | $\stackrel{\uparrow}{\sim}$ | ↑<br>¥ | ¢<br>U                | ⇔<br>U   | \$<br>≠>     | ⊼<br>⊄         | ∕<br>1     | $\stackrel{\searrow}{\Rightarrow}$ | ¥<br>↓        | <b>∗</b><br>⇔ | <b>↑</b><br>≎ | *          | ¥<br>↗ | ↓<br>∕\ | Ĺ        |                       |               |            |         |   |
| Matematikai szimbólumok:                           | ∧<br>∀   | V<br>E                      | ⊂<br>∂ | $\supset$<br>$\Delta$ | ∩<br>∏   | υ<br>Σ       | ⊄<br>∫         | ⊅<br>∝     | <b>⊆</b><br>∞                      | ⊇<br>∡        | ∈<br>⊥        | ∉<br>_        | Ø<br>∴     | ÷      | ≃<br>∶  | ≈        | ≏<br>√                | <b>≠</b><br>∛ | ≡<br>√2    | ≤<br>√3 | ≥ |
| Vegyes szimbólumok:                                | †<br>~   | ‡<br>₹                      | •      | <br>1                 | X        | •<br>√       | ,<br>X         | ••         | ••<br>≉                            | ⊗<br><b>∻</b> | )<br>2        | ○<br>₹        | ়<br>⊛     | ::     | ::<br>• | Ç<br>₿   | 0'<br>⊁⊂              | ¥<br>⊁        | ⊙<br>≁     | X<br>M  |   |
| Sakk és kártyajátékok:<br>Zene:                    | &<br>_   | <b>♪</b><br>風               | Ĭ<br>∎ | ê<br><b>F</b>         | 6)<br>b  | <u></u><br>弁 | <b>80</b><br>4 | 凲          | ä                                  | ¢             | 4             | İ             | <b></b>    | •      | ٠       | ÷        | ¢                     | $\heartsuit$  | $\diamond$ | G.      |   |
| Nagy zárójelek:                                    |          |                             |        |                       | {        | }            |                |            | $\int$                             |               |               |               |            |        |         |          |                       |               |            |         |   |

#### Unicode betűtípusok használata általában

80

A fentiek mind a szabványos UNICODE karakterek, tehát minden TELJES Unicode betűtípus választása esetén használhatóak. PI. Arial Unicode MS, KIVÉVE a nagy zárójeleket, meg a következő hozzáadott speciális (privát használatú) 'Arial for Autograph' karaktereket:

Amely kifejezésekben ezek nem szerepelnek, bármely Unicode betűtípussal, bármilyen dokumentumban, emailben, weblapon, stb. megfelelően jelennek meg. Ezek a kifejezések szabadon másolhatók és beilleszthetők az Autographba.



## Hasznos Karakterek Megtalálása

Jónéhány matematikai szimbólum beírható eképpen: ALT + ASCII decimális kód (numerikus billentyűzeten), pl 'x', utána pedig ALT 0178 x<sup>2</sup>-et eredményez.

| 0128 | 0149 | 0150 | 0176 | 0177 | 0178 |
|------|------|------|------|------|------|
| €    | •    | -    | °    | ±    | 2    |
| 0179 | 0188 | 0189 | 0190 | 0215 | 0247 |
| ³    | ¼    | ½    | ¾    | ×    | ÷    |

Ha Autograph fut, néhány hasznos karakter bármikor elérhető ALT segítségével,

pl 'x' és ALT 1 így jelenik meg: x-1

| ALT<br><i>Kitevő</i> | 1<br>x <sup>-1</sup> | 2<br>x²          | 3<br>x³         | 4<br>x4        | 5<br>x⁵        | 6<br>x <sup>6</sup> | 7<br>x <sup>7</sup> | 8<br>x <sup>8</sup> | 9<br>x <sup>9</sup> | X<br>e <sup>x</sup> | Y<br>e <sup>y</sup> | N<br>x <sup>n</sup> |
|----------------------|----------------------|------------------|-----------------|----------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| ALT<br><i>Görög</i>  | Α<br>α<br>'Pl'       | Β<br>β<br>ezt    | Ε<br>ε<br>írja  | F<br>φ<br>be:  | G<br>γ<br>π    | L<br>λ              | M<br>µ              | S<br>σ              | Ρ<br>π              | Τ<br>θ              |                     |                     |
| ALT<br><i>Matek</i>  | 0<br>∞<br>'<=        | -<br>-<br>', '>: | +<br>±<br>=' pe | H<br>½<br>edig | <<br>≤<br>≤, ≥ | ><br>≥<br>:-tí      | R<br>√<br>r be.     | °<br>°              | C<br>∛              |                     |                     |                     |

## Karaktertábla

A teljes Arial for Autograph Unicode betűkészlet elérhető a Karaktertábla használatával: Start => Minden program => Kellékek => Rendszereszközök

Windowsban használhatja a 'jobb-klikk vonszolásť parancsikon létrehozásához, pl az Asztalra, vagy a Start Menübe.

Ha megnyitotta a Karaktertáblát:

- Keresse meg az Arial for Autograph Uni-t a listában
- Kattintson valamelyik másolandó karakterre
- Dupla klikk a másolandó karakterek listájára teszi
- nyomjon Másolást: a jelek a vágólapra kerültek.

Karaktertábla használata az Unicode karakterek felfedezésére:

- Pipálja be a Speciális nézetet
- Állítsa a karakterkészletet Unicode-ra
- Csoportosítson az Unicode alosztállyal

Az Autograph virtuális-billentyűzet szintén lehetővé teszi rengeteg matematikai szimbólum bármely futó alkalmazásba való bevitelét (pl Word).

A képernyő-billentyűzet megnyitása Autograph nélkül: Start => Minden program => Autograph 3.20 => Billentyűzet.

Mivel a legtöbb matematikai jel szabványos Unicode karakter, a szimbólumok bevitele nem igényli az *Arial for Autograph Uni* betűtípust, kivéve ha a Privát Használatú karakterekről van szó

#### MÍNUSZJEL:

Nagyon fontos, hogy a matematikai kifejezések rendes MÍNUSZJELET '-' használnak és nem kötőjelet '-'. Bármely dokumentumhoz bármikor hozzáadható ALT 0150 használatával.

Autograpon belül, a kötőjel mínuszjelet ír be, amikor Ön egyenleteket ad meg.

Mínuszjelet a virtuális billentyűzet segítségével is írhat.

| @ (  | ha   | rac  | ter  | Ma     | p     |      |      |     |   |   |   |   |   |   |   |   |     |       |       |       |      |
|--|------|------|------|--------|-------|------|------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|-------|-------|-------|------|
| For  | nt : | Ŧ    | Aria | al for | Aut   | ogra | aph  | Uni |   |   |   |   |   |   |   |   | ~   |       | Н     | elp   |      |
|  | !    |      | #    | \$     | %     | &    | '    | (   | ) | * | + | , | - |   | 7 | 0 | 1   | 2     | 3     | 4     |      |
|  | 5    | 6    | 7    | 8      | 9     | :    | ;    | <   | = | > | ? | 0 | А | в | С | D | Е   | F     | G     | Н     |      |
|  | Ι    | J    | К    | L      | М     | Ν    | 0    | Ρ   | Q | R | S | Т | U | V | W | Х | Υ   | Ζ     | [     | Ι     |      |
|  | ]    | Λ    | _    | ì      | а     | b    | с    | d   | е | f | g | h | i | j | k | Ι | m   | n     | 0     | р     |      |
|  | q    | r    | s    | t      | u     | ٧    | w    | ×   | У | z | { | Ι | } | ~ |   | i | ¢   | £     | ¤     | ¥     |      |
|  | 1    | ş    |      | ©      | a     | «    | -    | -   | ® | - | ۰ | ± | 2 | 3 | 1 | μ | ¶   | -     | ,     | 1     |      |
|  | 0    | »    | 1⁄4  | 1/2    | 3⁄4   | ż    | À    | Á   | Â | Ã | Ä | Å | Æ | Ç | È | É | Ê   | Ë     | Ì     | Í     |      |
|  | Î    | Ï    | Ð    | Ñ      | Ò     | Ó    | Ô    | Õ   | Ö | × | Ø | β | Ú | Û | Ü | Ý | Þ   | ß     | à     | á     |      |
|  | â    | ã    | ä    | å      | æ     | ç    | è    | é   | ê | ë | ì | í | î | ï | ð | ñ | ò   | ó     | ô     | õ     |      |
|  | ö    | ÷    | ø    | ù      | ú     | û    | ü    | ý   | þ | ÿ | ĉ | Т | ĵ | Œ | œ | ŝ | ŷ   | ż     | ŕ     | φ     | ~    |
| Characters to copy : 1/2 Select Copy Advanced view |      |      |      |        |       |      |      |     |   |   |   |   |   |   |   |   |     |       |       |       |      |
| U+I  | DOB  | D: V | ulga | r Fra  | actio | n Oi | ne H | alf |   |   |   |   |   |   |   |   | Key | vstro | ke: / | Alt+( | 0189 |

81

## A speciális munkalapok



A "**Fájl**" menü => "Új speciális munkalap"-jai között hat interaktív flash bemutató található, melyik mindegyike új, méretezhető Autograph munkalapon nyílik meg.







82

## 🕅 A KÖR TERÜLETE

Egy animáció az egységkör n számú (egymás mellé helyezett) cikkelyének összterületéről. A jobb oldali téglalap illusztrálja, hogy a kör területe =  $\pi r^2$ .

#### Az ablak jobb alsó részén található vezérlőgombok sorrendben:

- Újrakezd
- 'n'-t csökkent 1-gyel
- ín'-t növel 1-gyel
- Ugrás 'n' = 360-hoz
- Információk

## 

Egy animáció mely bemutatja a kapcsolatot az egységkör és a három (sin, cos, tan) trigonometrikus függvény között.

#### Az ablak jobb alsó részén található vezérlőgombok sorrendben:

Újrakezd

- 'θ'-t csökkenti 15°-kal (0° alá mehet)
- 'θ'-t növeli 15°-kal (360° fölé mehet)
- Ugrás ' $\theta$ ' = 360°-hoz
- Átvált Fokra/Radiánra (Fok az alapértelmezett)
- SIN, COS, TAN be/ki
- Automata bemutató
- MONTE CARLO módzser

Véletlen pontok szimulációja egy 2 egység oldalú négyzetben lévő egységkörben, mely a körbe esett pontok arányából számolja  $\pi$  közelítő értékét:  $\pi \approx$  (Pontok a körben/Összes pont)\*4

A dobások számára alapbeállítás: Automatikusan rögzített (n = 10,000-ig).

## Az ablak jobb alsó részén található vezérlőgombok sorrendben:

- Alapbeállításhoz vissza
- Újraindítja a szimulációt
- 'n'-t növeli, amig lenyomva tartja a gombot (ha be van kapcsolva a szünet)
- Szünet/Folytat
- Csúszka: 4 szintű zoom







DOBÓKOCKA SZIMULÁCIÓ opciók, melyek a kockán dobott számokra vonatkoznak: 1 kocka - 2 kocka összege - 2 kocka különbsége 2 kocka maximuma - 'n' számú kocka összege (max 25)



Dobókockával többször egymás után dobott számok szimulációja. A dobások számára alapbeállítás: Automatikusan rögzített (max 9999)

#### Az ablak jobb alsó részén található vezérlőgombok sorrendben (Indításhoz nyomja meg a 3. gombot!):

- Alapbeállítás Újraindít 0
  - Indít / Szünetel
- ο Átlagot mutat, μ χ<sup>2</sup> értéket mutat
  - Szórást mutat, σ Tapasztalati gyakoriságot mutat
  - Elméleti gyakoriságot mutat

#### KÉT TOVÁBBI EXTRA CSAK NORMÁL MÓDBAN

0

0

0

0





## 🛨 KONFIDENCIA INTERVALLUMOK

100 db n mintából számolt (alap = 5, max 30) mintaátlagot vesz az eloszlásból, és megbecsli belőlük a megadott konfidencia szinten a valószínűségi változó várható értékét. Majd pirossal kiemeli azokat, amelyek nem tartalmazzák a valószínűségi változó eredeti várható értékét (nulla).

Beállítható konfidenciaszintek: 90%, 95%, 99%.

Az ablak jobb alsó részén található vezérlőgombok sorrendben (Indításhoz nyomja meg a 3. gombot!):

- Alapbeállítások 0
- 0 Újraindít
- Indít / Szünetel 0
- Növeli a szimulációt 0

## 2D POISSON-ELOSZLÁS SZIMULÁCIÓ

'n' számú (alap = 200, max 1000) véletlen koordinátájú pont szimulációja 10 x 10-es négyzetben. Megnézi, hány olyan kis négyzet van, ami 0, 1, 2, 3, ... pontot tartalmaz. Az így kapott eloszlást összehasonlítja az elméleti Poisson eloszlással,  $\lambda = n/100$  paraméterrel.

### Az ablak jobb alsó részén található vezérlő gombok sorrendben (Indításhoz nyomja meg a 3. gombot!):

83

- Alapbeállítások 0
- Újraindít 0
- Indít / Szünetel 0

## Statisztikai Formulák



#### + ALAPSTATISZTIKÁK

Minta mérete: n = Σf Átlag:  $\bar{\mathbf{x}} = (1/n)\Sigma(\mathbf{f}\mathbf{x})$ Variancia:  $s^{2}(x) = (1/n)\Sigma f(x - \bar{x})^{2} = (1/n)\Sigma fx^{2} - \bar{x}^{2}$ Változó lineáris transzformációja: y = ax + b,  $\bar{y} = a\bar{x} + b$ ,  $s^{2}(y) = a^{2} s^{2}(x)$ Kovariancia:  $cov(xy) = (1/n)\Sigma(x - \bar{x})(y - \bar{y}) = (1/n)\Sigma xy - \bar{x}\bar{y}$ Korreláció együttható, PMCC: r = cov(xy)/(s(x)s(y))Regressziós egyenes, x alapján előrejelzés y-ra:  $y - \overline{y} = cov(x,y)/s^2(x).(x - \overline{x})$ VAGY y = a + bx, ahol:  $\Sigma y = na + b\Sigma x \text{ és } \Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2$ Regressziós egyenes, y alapján előrejelzés x-re:  $x - \bar{x} = cov(x,y)/s^2(y).(y - \bar{y})$ Spearman-féle rangkorrelációs együttható:  $r(s) = 1 - (6\Sigma d^2)/(n(n^2 - 1))^2$ ahol: d = páronként összetartozó rangszámok közötti különbség

## + POPULÁCIÓ STATISZTIKÁK

 $\begin{array}{l} Várható érték: \\ \mu = E[X] = \Sigma px \qquad \text{ahol } p = P(X=x) \\ Variancia: \sigma^2 = Var(X) = E[X - \mu]^2 = E[X^2] - \mu^2 \\ = \Sigma p(X - \mu)^2 = \Sigma px^2 - \mu^2 \\ Változó lineáris transzformációja: \\ E[ax + b] = aE[x]+b \qquad Var(aX+b) = a^2Var(X) \end{array}$ 

### Variáció és Kombináció

n elem r-ed osztályú variációinak a száma = n!/(n - r)! (nPr) n elem r-ed osztályú variációinak a száma = n(n-1)(n-2)...(n-r+1)/r! (nCr)

#### + DISZKRÉT ELOSZLÁSOK

84

Egyenletes: X ~ R(a, b) r = a, a+1, ... , b P(X = r)= 1/(b - a + 1)Várható érték,  $\mu = (a + b)/2$ Variancia,  $\sigma^2 = (b - a)(b - a + 2)/12$ Binomiális: X ~ B(n,p) q = 1 – p  $= nCr p^{r} q^{(n-r)}$  r = 0, 1, 2, 3, ..., nP(X = r)Várható érték, µ = np Variancia,  $\sigma^2 = npq$ **Poisson:** X ~ Poi (λ)  $\lambda > 0$ P(X = r) $= e^{(-\lambda)}.\lambda^{r/r!}$ r = 0,1,2,3, ... Várható érték, µ = λ Variancia,  $\sigma^2 = \lambda$ 

 $\begin{array}{lll} \mbox{Geometriai: } X \sim G(p) & q = 1 - p \\ P(X=p) &= q^{r}(r-1).p & r = 1, 2, 3, \ldots \\ V \mbox{arhato} \ \mbox{értek}, \ \mu = 1/p & V \mbox{ariancia}, \ \sigma^2 = q/p^2 \end{array}$ 

## Egyéni (felhasználó által megadott) diszkrét eloszlás:

Várható érték,  $\mu = \Sigma r.P(x=r)$  r = 0,1,2,3 ...Variancia,  $\sigma^2 = \Sigma r^2.P(X=r) - \mu^2$ 

#### **+** FOLYTONOS ELOSZLÁSOK

Egyenletes:  $X \sim U(a,b)$ a≤x≤b Várható érték, µ = (a + b)/2 Variancia,  $\sigma^2 = (a - b)^2/12$  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ Normális: pdf: f(x) =  $1/(\sigma\sqrt{2\pi}).e^{(-1/2)((x - \mu)/\sigma)^2)}$ Várható érték = µ Variancia =  $\sigma^2$ Normális: Z ~ N(0, 1) =  $1/\sqrt{(2\pi)}.e^{(-1/_2Z^2)}$ pdf:  $\phi(z)$ Várható érték = 0 Variancia = 1 Közelítés normális eloszlással (megfelelő n, p és λ értékekhez): B(n, p)  $\simeq N(np, npq)$ Poi(λ)  $\simeq N(\lambda, \lambda)$ Egyéni (felhasználó által megadott) folytonos eloszlás:  $X \sim f(x)$ Várható érték, µ  $= \int x.f(x) dx$ Variancia  $= \int x^2 f(x) dx - \mu^2$ 

## **+ CENTRÁLIS HATÁRELOSZLÁS TÉTEL**

Ha adott n db független azonos eloszlású valószínűségi változó,  $\mu$  várható értékkel, és létezik  $\sigma^2$  véges varianciájuk, akkor ezek összegének az eloszlása  $\mu$  várható értékű  $\sigma/\sqrt{n}$  szórású normális eloszláshoz tart, ahogy n tart a végtelenhez.





## Numerikus módszerek

## ♦ ELSŐRENDŰ DIFERENCIÁLEGYENLETEK

Egyenletek megadhatók így, vagy átrendezhetőek az alábbi alakra:

y' = f(x,y)Megadjuk a kezdetiérték feltételeket: (x1, y1) Legyen: g1 = f(x1, y1).

Becslés a következő ponthoz (x2, y2), h lépésközt használva:

Tehát:

ismert

 $\begin{array}{l} x2\simeq x1 + h \text{ és } y2\simeq x1 + h{\times}g1 \\ g2\simeq f(x2,\,y2) \end{array}$ 

Egy jobb becslés (Runge-Kutta):

 $y2\simeq y1+h\times(g1+g2)/2 \label{eq:2}$  Nem jó, ha h túl nagy (pontatlan) vagy túl kicsi (lassú).

#### ♦ MÁSODRENDŰ DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

Egyenletek megadhatóak így vagy átrendezhetőek: y" = f(x, y, y') Megadjuk a kezdeti feltételeket: (x1, y1) és y'1 Kell egy megbízható becslés a következő ponthoz (x2, y2) h lépcsőt használva.

| $XZ \simeq XZ + \Pi$                                       |
|--|
| y"1 ≃ f(x1, y1, y'1)                                       |
| $y2 \simeq y1 + h \times y'1 + \frac{1}{2}h^2 \times y''1$ |
| [Taylor sorozat, első 2 elem]                              |
| y'2 ≃ y'1 + h×y"1  |
| y"2 = f(x2, y2, y'2)                                       |
|  |

Egy jobb becslés y2-re (Runge-Kutta): y2  $\simeq$  y1 + h×(y'1 + y'2)/2 +  $\frac{1}{2}h^2$ ×(y"1 + y"2)/2

#### + ELSŐRENDŰ PARAMÉTERES DIFF. EGYENL.

Használatkor az egyenletet paraméteres alakban adjuk meg: x' = f(x, y, t), y' = g(x, y, t) [vagy fordítva]. Megadjuk a kezdeti feltételeket: (x1, y1) t = t1 esetén, amihez a két derivált függvény

| ionnont.    |                                |
|-------------|--------------------------------|
|             | x'1 ≃ f(x1, y1, t1)            |
|             | y'1 ≃ g(x1, y1, t1)            |
| h lépésköz: | t2 ≃ t1 + h                    |
| és          | x2 ≃ x1 + hx'1, y2 ≃ y1 + hy'1 |
| Tehát:      | $x'2 \simeq f(x2, y2, t2)$     |
|             | y'2 ≃ g(x2, y2, t2)            |

Egy jobb becslés (x2, y2)-re (Runge-Kutta): x2  $\simeq$  x1 + h(x'1 + x'2)/2 y2  $\simeq$  y1 + h(y'1 + y'2)/2

## TRAPÉZ SZABÁLY

$$\begin{split} h &= (b - a)/n \; ahol \; n: \; x1 = x0 + h \\ \text{Terület} &\simeq (h/2)(y0 + 2(y1 + y2 + \ldots) + yn) \\ \text{Térfogat} \; &(x_0 \; \text{és} \; x_1 \; \text{között} \; \text{számítva}) \\ &\simeq &(\pi h/3)(\; ([f1(x0)^2 + [f1(x0)]\; [f1(x1)] + \\ &+ [f1(x1)]^2) - ([f2(x0)^2 + [f2(x0)]\; [f2(x1)] + \\ &+ [f2(x1)]^2) \; ) \end{split}$$

#### **+ SIMPSON FORMULA**

$$\begin{split} h &= (b-a)/n \text{ ahol } n: (n, \text{ páros) } x1 = x0 + h \\ \text{Terület} &\simeq (h/3)(y0 + 4y1 + 2y2 + 4y3 + \ldots + yn) \\ \text{Térfogat } (x_0 \text{ és } x_1 \text{ között számítva}) \\ &\simeq (\pi(h/2)/3) \left( \left( [f1(x0)^2 + 4[f1((x0+x1)/2)^2] + \\ + [f1(x1)]^2 \right) - ([f2(x0)]^2 + 4[f2((x0+x1)/2)] + \\ &+ [f2(x1)]^2 \right) \end{split}$$

## y = f(x) alatti terület SÚLYPONTJA

 $\begin{array}{lll} \mathsf{A}=\int \mathsf{y}\;\mathsf{d}x & \bar{x}.\mathsf{A}=\int x.\mathsf{y}\;\mathsf{d}x & \bar{y}.\mathsf{A}=\int y_2\;\mathsf{y}^2\;\mathsf{d}x \\ \mathsf{MEGJEGYZES:}\;\mathsf{ez}\;\mathsf{a}\;\mathsf{modszer}\;\mathsf{nem}\;\mathsf{mukodik}\;\mathsf{ha}\;\mathsf{a}\\ \mathsf{területeket}\;\mathsf{mas}\;\mathsf{formaban}\;\mathsf{adjuk}\;\mathsf{meg}. \end{array}$ 

#### **+ MACLAURIN SOROK**

| e <sup>×</sup> =        | $1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots$   | [minden x-re] |
|-------------------------|-------------------------------------|---------------|
| ln(1 + x) =             | $x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \dots$ | [−1 < x ≤ 1]  |
| (1 + x) <sup>-1</sup> = | 1 + nx + n(n-1)x²/2! +              | [ x  ≤ 1]     |
| (1 − x) <sup>-1</sup> = | $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$   | [ x  ≤1]      |
| sinx =                  | x − x³/3! + x⁵/5! −                 | [minden x-re] |
| cosx =                  | $1 - x^2/2! + x^4/4! - \dots$       | [minden x-re] |
| arctanx =               | x − x³/3 + x⁵/5 −                   | [−1 ≤ x ≤ 1]  |
| sinhx =                 | x + x³/3! + x⁵/5! +                 | [minden x-re] |
| coshx =                 | $1 + x^2/2! + x^4/4! + \dots$       | [minden x-re] |
| artanhx =               | $x + x^{3}/3 + x^{5}/5 + \dots$     | [-1 < x < 1]  |



85



## Matematikai formulák

#### **+ LOGARITMUSOK ÉS EXPONENCIÁLIS** DERIVÁLÁS FÜGGVÉNYEK f(x) f'(x) $y = e^x \Rightarrow x = \ln y$ =========== \_\_\_\_\_ $x = e^{(\ln x)}$ $\mathbf{x}^{\mathsf{n}}$ nx^(n-1) $ln(e^x) = x$ e× e× $\log_{a} x = \log_{b} x / \log_{b} a$ 1/x Inx tehát log<sub>k</sub>(x) megadásához használja ezt: log(x)/log(b) a<sup>x</sup>.lna a× sin(kx) kcos(kx) TRIGONOMETRIA cos(kx) -k.sin(kx) -sinx cosx $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ sec<sup>2</sup>x tanx $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ secx secx tanx $\csc^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ -cosec<sup>2</sup>x cotx cosecx -cosecx cotx $sin2\theta = 2sin\theta cos\theta$ $1/\sqrt{(1 - x^2)}$ $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ arcsinx $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$ arccosx $-1/\sqrt{(1 - x^2)}$ $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ $1/\sqrt{(1 + x^2)}$ arctanx $\tan 2\theta = 2\tan \theta / (1 - \tan^2 \theta)$ $1/(\sqrt{x^2 - 1})|x|)$ arcsecx $-1/(\sqrt{x^2 - 1})|x|)$ arccosecx $\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$ arccotx $-1/(x^2 + 1)$ $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$ sinhx coshx coshx sinhx $sin(\theta + \phi) = sin\theta cos\phi + cos\theta sin\phi$ tanhx sech<sup>2</sup>x $sin(\theta - \phi) = sin\theta cos\phi - cos\theta sin\phi$ -sechx tanhx sechx $\cos(\theta + \phi) = \cos\theta \cos\phi - \sin\theta \sin\phi$ cosechx -cosechx cothx $\cos(\theta - \phi) = \cos\theta \cos\phi + \sin\theta \sin\phi$ cothx -cosech<sup>2</sup>x $tan(\theta + \phi) = (tan\theta + tan\phi)/(1 - tan\theta tan\phi)$ $1/\sqrt{(1 + x^2)}$ arsinhx $tan(\theta - \phi) = (tan\theta - tan\phi)/(1 + tan\theta tan\phi)$ arcoshx $1/\sqrt{(1 - x^2)}$ artanhx $1/(1 - x^2)$ $-1/(x\sqrt{(1 - x^2)})$ arsechx $\cos A + \cos B = 2\cos \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B)$ arcosechx $-1/(|x|\sqrt{1 + x^2})$ $\cos A - \cos B = -2\sin \frac{1}{2}(A + B) \sin \frac{1}{2}(A - B)$ arcothx $1/(1 - x^2)$ $\cos x = \sin(90 - x)$ cosecx = sec(90 - x)211 1 3 $\cot x = \tan(90 - x)$ $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = 90^{\circ}$ , etc $cosec^{-1}(x/a) = sin^{-1}(a/x), etc$

### **+** RADIÁN ÉS FOK

86

| Rad:  | <b>0</b> | <b>π/6</b> | <b>π/4</b> | <b>π/3</b> | <b>π/2</b> | <b>π</b> |
|-------|----------|------------|------------|------------|------------|----------|
| Fok:  | 0°       | 30°        | 45°        | 60°        | 90°        | 180°     |
| sinθ: | 0        | 1/2        | 1/√2       | √3/2       | 1          | 0        |
| cosθ: | 1        | √3/2       | 1/√2       | 1/2        | 0          | -1       |
| tanθ: | 0        | 1/√3       | 1          | √3         | ∞          | 0        |





## + INTEGRÁLÁS

| f(x)   | ∫f(x) dx [+ c, konstans]   |
|--|--|
| x <sup>n</sup>   | x^(n+1)/(n+1) [n ≠ 1]  |
| 1/x  | n x  |
| e <sup>x</sup>   | e <sup>x</sup>   |
| a <sup>x</sup>   | a <sup>x</sup> /lna  |
| Inx  | x.ln x  - x  |
| sin(kx)  | -(1/k)cos(kx)  |
| cos(kx)  | (1/k)sin(kx)   |
| tanx   | In secx  |
| secx   | In secx + tanx  = In tan(½x+¼π)  |
| cosecx   | In tan½x   |
| cotx   | In sinx  |
| sin <sup>-1</sup> x<br>cos <sup>-1</sup> x<br>tan <sup>-1</sup> x<br>sec <sup>-1</sup> x<br>cosec <sup>-1</sup> x                              | $\begin{array}{l} x.\sin^{-1}x + \sqrt{(1-x^2)} \\ x.\cos^{-1}x - \sqrt{(1-x^2)} \\ x.\tan^{-1}x - \frac{1}{2} n 1 + x^2  \\ x.\sec^{-1}x - \ln x + \sqrt{(x^2-1)}  \\ x.\cose^{-1}x + \ln x + \sqrt{(x^2-1)}  \\ x.\cot^{-1}x + \frac{1}{2} n 1 + x^2  \end{array}$ |
| $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$<br>$\frac{1}{a^2 + x^2}$<br>$\frac{1}{a^2 - x^2}$<br>$\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$<br>$\frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ | arcsin(x/a) [ x < a]<br>(1/a)arctan(x/a)<br>(1/a)artanh(x/a)<br>= 1/(2a)ln (a+x)/(a-x) <br>arsinh(x/a)<br>= ln((x + $\sqrt{(x^2 + a^2)})$ ) [a > 0]<br>arcosh(x/a)<br>= ln((x + $\sqrt{(x^2 - a^2)}))$ [x ≥ a]   |
| e^(ax) sin(bx)   | e^(ax)/(a²+b²) (asinbx - bcosbx)   |
| e^(ax) cos(bx)   | e^(ax)/(a²+b²) (acosbx + bsinbx)   |
| sinh(x)  | cosh(x)  |
| cosh(x)  | sinh(x)  |
| tanh(x)  | Incosh(x)  |
| sech(x)  | arctan (sinh x)  |
| cosech(x)  | In  tanh(x/2)  |
| coth(x)  | In  sinh x   |
| arsinh(x)  | x arsinh(x) - $\sqrt{x^2 + 1}$   |
| arcosh(x)  | x arcosh(x) - $\sqrt{x^2 - 1}$   |
| artanh(x)  | x artanh(x) + $\frac{1}{2}\ln(1 - x^2)$  |
| arsech(x)  | x arsech(x) + arsinh(x)  |
| arcosech(x)  | x arcosech(x) + arsinh(x)  |
| arcoth(x)  | x arcoth(x) + $\frac{1}{2}\ln(x^2 - 1)$  |

Új változó szerinti integrálás: ∫ du/dx.f(u) dx = ∫ f(u) du

*Parciális integrálás:* ∫uv dx = v.I − ∫ I.dv/dx dx ahol I = ∫udx

 $\begin{array}{ll} Láncszabály: & y = f(u) & dy/dx = dy/du.du/dx \\ Szorzat deriválása: y = uv & dy/dx = v.du/dx + u.dv/dx \\ Hányados deriválása: y = u/v & dy/dx = \\ & = (v.du/dx - u.dv/dx)/v^2 \end{array}$ 

## + 3D FORMULÁK

Sík egyenlete: **r.n** = d [x, y, z].[a, b, c] = d ax + by + cz = d  $[x, y, z] = [a, b, c] + \lambda[u, v, w] + \mu[l, m, n]$ Egyenes egyenlete:  $[x, y, z] = [a, b, c] + \lambda[u, v, w]$ Skalárszorzat:

 $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}| \cdot \cos\theta$ 

Vektoriális szorzat:  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = |\mathbf{u}|.|\mathbf{v}|.sin\theta.\hat{\mathbf{n}}$ 

Az A( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) pont és az ax + by + cz + d = 0 sík távolsága =  $|\alpha\alpha + b\beta + c\gamma + d|/\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$ 

Forgástest térfogata:x-tengely körül forgatva=  $\int \pi y^2 dx$ y-tengely körül forgatva=  $\int \pi x^2 dy$ 



87



## Példák függvénytípusokra

#### DESCARTES-KOORDINÁTÁS y=f(x)

y = 2x - 3y = mx + c y = (x - a)(x - b) $y = x/(3 \pm x)$  $y = x \pm \sqrt{3 + x}$  $y = 27/(x^2 + 9)$  $y = 2x/(x^2 + 1)$  $y = (x^2 - 1)/x/(x - 2)$  $y = (x^2 + 1)/(x^2 - 1)$  $y = (1 - x^2)/(1 + x^2)$  $y = ax^2 + bx + c$ azután:  $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$ és: x = -b/(2a)

## DESCARTES-KOORDINÁTÁS x=f(y)

 $x = y^2 - 4$ x = (y - 2)(y + 5)x = siny x = 2 x = ln|y| $x^2 = siny$  $x^3 = siny$ 

#### **+ TRIGONOMETRIKUS**

 $y = sin^2x + cos^2x$ y = cos2xy = sin<sup>2</sup>x  $y = \cos^2 x$ y = |sinkx| $y = asin(nx + \theta)$ y = c sin(nx) + d cos(nx)y = sin20x + sin(nx) $y = 2 \sin(\frac{1}{2}(20 + n)x) \cos(\frac{1}{2}(20 - n)x)$ y = tanx y = secx y = cosecx y = cotx

## ♦ INVERZ TRIGONOMETRIKUS

Használjon ALT-1 -et a -1 szimbólum beírásához.

 $y = sin^{-1}x = arcsinx$  $y = \cos^{-1}x = \arccos x$  $y = \tan^{-1}x = \arctan x$ y = sec<sup>-1</sup>x = arcsecx y = cosec<sup>-1</sup>x = arccosecx  $y = \cot^{-1}x = \operatorname{arccotx}$ x = siny  $y = \sin^{-1}x + \cos^{-1}x$ 

88

## + EXPONENCIÁLIS

 $y = a^{x}$  $y = x^n$ y = e<sup>-×</sup> x = lny $y = ae^{-bx}sin(cx + d)$  $y = e^{x}/(1 - e^{-x})$  $y = e^{(-x^2)}$  $y = 1/\sqrt{(2\pi)e^{(-1/2)x^2}}$ y = ln|x| $y = \ln[(1 - x)/(1 + x)]$ y = logx y = lnx/x

### + HIPERBOLIKUS

Használjon ALT-1-et a '-1' szimbólum beírásához.

| y = sinhx                  | = (e <sup>x</sup> - e <sup>-x</sup> )/2 |
|----------------------------|---|
| y = coshx                  | $= (e^{x} + e^{-x})/2$                  |
| y = tanhx                  | = sinhx/coshx                           |
| y = sechx                  | = 1/coshx                               |
| y = cosechx                | = 1/sinhx                               |
| y = cothx                  | = 1/tanhx                               |
| -                          |   |
| y = sinh⁻¹x                | = arsinhx                               |
| y = cosh⁻¹x                | = arcoshx                               |
| y = tanh⁻¹x                | = artanhx                               |
| y = sech⁻¹x                | = arsechx                               |
| y = cosech <sup>-1</sup> x | = arcosechx                             |
| y = coth⁻¹x                | = arcothx                               |
|                            |   |





### ATRENDEZHETŐ IMPLICIT

Automatikusan átrendeződnek y = f(x) formába. Ha az egyenlet '±'-t tartalmaz, a függvényt két külön részként kezeli, egy + és egy - 'ágként'.

 $\begin{array}{l} 2x + 3y &= 6\\ 2x^2 + 3y^2 &= 6\\ y^2 &= x^3 + x^2\\ y^2 &= x^2(1 - x^2)^3\\ y^2 &= x(4 - x) \text{ és } y = x(4 - x)\\ y^2 &= x(x - 2)^2/(4 - x)\\ y^2 &= x(x - 2)^2/(4 - x)\\ y^2 &= x(4 - x)(x - 2)^2\\ y^2 &= x(x^2 - 3) + c\\ y^3 &= 1 + x\\ x^3 + y^3 &= \pm 1\\ x^3 - y^3 &= \pm 1 \end{array}$ 

### + KÚPSZELETEK

Megjegyzés: Autograph az e-t a természetes logaritmus alapja értelmében használja, az excentricitás jelölésére más betűt alkalmazzon!.

 $(x - a)^{2} + (y - b)^{2} = r^{2}$  középpont: (a, b) Kör [e = 0]  $x^{2} + y^{2} + 2gx + 2fy + c = 0$  $r^2 = g^2 + f^2 - c$ Középpont: (-g, -f) **Ellipszis**  $x^{2}/a^{2} + y^{2}/b^{2} = 1$ [e < 1]  $x = a\cos\theta$ ,  $y = b\sin\theta$ Fókusz: (± ae, 0) Vezéregyenes:  $x = \pm a/e$  $y^2 = 4ax$ Parabola Fókusz: (a, 0)  $x = at^2$ ; y = 2at[e = 1] Vezéregyenes: x = -a $x^{2}/a^{2} - y^{2}/b^{2} = 1$ Hiperbola  $x = asec\theta$ ,  $y = btan\theta$ [e > 1] Fókusz: (±ae, 0) Vezéregyenes:  $x = \pm a/e$ Derékszögű hiperbola  $xy = c^2 x = ct, y = c/t$  $[e = \sqrt{2}]$  x = ct; y = c/t Fókusz:  $(\pm\sqrt{2}c, \pm\sqrt{2}c)$ Vezéregyenes:  $x + y = \pm \sqrt{2}c$ Aszimptoták:  $y = \pm (b/a)x$ Kúpszelet polárkoordinátás egyenlete:  $1/r = 1 + kcos\theta$ [e = k] Kúpszelet általános egyenlete  $ax^{2} + 2hxy + by^{2} + 2gx + 2fy + c = 0$ 

#### + ÁLTALÁNOS IMPLICIT

Nem rendezhetőek át, és nem analizálhatóak úgy, mint az y=f(x) alakú függvények. Az Autograph kiszámít néhány pontot, és erre illeszti az ábrázolt görbét.

 $\begin{array}{rl} {\rm sinx}+{\rm cosy}&=k\\ {\rm sinx}&={\rm cosy}\\ {\rm xy}^2-{\rm x}-{\rm y}&=k\\ {\rm x}^A{\rm y}&={\rm y}^A{\rm x}\\ {\rm x}^3+{\rm y}^3&=3{\rm xy}\\ ({\rm x}^2+{\rm y}^2)^2&={\rm x}^2-{\rm y}^2\\ ({\rm x}-{\rm y})({\rm x}+{\rm y})&=0\\ {\rm x}^2+2{\rm hxy}+{\rm y}^2&=9\\ ({\rm x}^2+{\rm y}^2-4)+k(2{\rm x}-3{\rm y}+2)&=0\\ {\rm a}({\rm x}^2/9+{\rm y}^2/4-1)+{\rm b}({\rm x}+{\rm y}+1)&=0 \end{array}$ 

## Érdekes függvények

 $y = x \sin(1/x)$   $y = \sin x/x$  y = int(x)  $y = |x| \pm \sqrt{(1 - x^2)}$   $x^2 + (y - mx^2)^2 = 1$   $x^4 + x^2y^2 + y^4 = x(x^2 - y^2)$   $(2y - x)^2 = x \cot x \text{ majd } 2y - x = 0$   $xy = x^3 \pm 1$  $y = 2(x^2 + |x| - 6)/(3(x^2 + |x| + 2)) \pm \sqrt{(36 - x^2)}$ 

#### + EGYENLŐTLENSÉGEK

"Nézet" => "Beállítások => "Általános" fülnél beállíthatja az Érvényes, ill. Érvénytelen terület árnyalását. Az Érvénytelen terület árnyalása az alapbeállítás.

Lineáris
 y < 3x + 1
 x ≥ -2

 
$$2x + 3y \ge -3$$
 y < x²

 Egyéb
 x² + y² < 16



89



### FÜGGVÉNYDEFINÍCIÓK

Használja a gombot az ikonsorból vagy a Függvények definiálását az Egyenlet menüből. f(x) = sinx azután y = f(-x) y = f(|x|) y = f(f(f(x))) f(x) = x<sup>2</sup> és g(x)= (f(x + h) - f(x - h))/(2h) azután y = g(x) (h animálható)

### **+ PARAMÉTERES FÜGGVÉNYEK**

Idő paraméter ('ť'):

 $x = at^2$ ; y = 2atx = ut;  $y = vt - gt^2$ 

 $x = 18t - 1.5t^2$ ;  $y = -24t + t^2$ 

Trigonometrikus ('t' vagy 'θ')[ALT-T ==> θ]x = sin2t; y = cost[Fokban]x = sin(t); y = cos(bt)[Fokban] $y = asin(n\theta); x = bcos(n\theta)$ x = t - sint; y = 1 - costx = t - sint; y = 1 - cost[Ciklois]x = t - 2sint; y = 1 - 2cost[Nyújtott ciklois]x = 7cost - cos7t; y = 7sint - sin7t[Epiciklois] $x = 2cot(t); y = 2sin^2(t)$ [Agnesi görbe]

### **+ POLÁRKOORDINÁTÁS EGYENLETEK**

[ALT-T => θ]

90

| r   | = 2cos4θ               |                              |
|-----|------------------------|------------------------------|
| r   | = sinθ                 | [kör]                        |
| r   | = secθ                 | [egyenes]                    |
| r   | = $\pm 2\sin 2\theta$  |                              |
| r   | = 1, θ lépcső = 90°    | [Négyzet]                    |
| r   | $= 3/(2 - \cos\theta)$ | [Ellipszis]                  |
| r   | = 1 – cosθ             | [Kardioid]                   |
| r   | = e^(θ/4)              |                              |
| 1/r | = 1 - kcosθ            | [lásd Kúpszeletek]           |
| r²  | = θ/20                 | [Parabolikus-spirál]         |
| r²  | = cos20                | [Bernoulli-féle lemniszkáta] |
| r²  | = Inθ                  |                              |

### SZAKASZONKÉNT DEFINIÁLT FÜGGVÉNYEK

Az egyenlet megadásánál az Egyenlet beállításokban adja meg a függvény értelmezési tartományának határait: y = −1; cosx;1

Értelmezési tartományok: [-2,  $-\pi/2$ ,  $\pi/2$ , 2]

#### + EVOLÚTÁK

AlapgörbeEvolúta $y = x^{2}/4$ [Parabola] $\Rightarrow x^{2} = (4/27)(y - 3)^{3}$  $x^{2}/4 + y^{2}/1 = 1$ [Ellipszis] $\Rightarrow (2x/3)^{2}/(2/3) + (y/3)^{2}/(2/3) = 1$  $x^{2} - y^{2} = 1$ [Hiperbola] $\Rightarrow (x/2)^{2}/(2/3) - (y/2)^{2}/(2/3) = 1$ 

## + ELSŐRENDŰ DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

Explicit: y' = -x/y y' = x+y  $y' = 2xy/(x^2 - y^2)$  y' = sin(xy) dy/dx = yImplicit: y' + ky = 1 y' + y = x y' + y = 2sinxA tengelyek visszaállítva x-t-re: x' x-t ír be, pl:  $\dot{x} + x = 2sint$ 

## ♦ MÁSODRENDŰ DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

A tengelyek visszaállítva y-x-re:

y'' = 1y'' = yy'' + 2ky' + y = 0y'' + 2ky' + y = x

A tengelyek visszaállítva x-t-re: x' x-t, x" x-t ír be, pl.:





### 3D: z = f(x, y)

| z | = asinxcosy       | [Tojástartó] |
|---|-------------------|--------------|
| z | $= x^{2} + y^{2}$ | [Paraboloid] |
| z | $= x^2 - y^2$     | [Nyereg]     |
| z | = xy              | [Nyereg]     |

Lineáris egyenletek, melyek átrendezhetők z=f(x, y)-re: ax + by + cz = d egyenletű sík normálvektora [a, b, c]

#### + 3D: IMPLICIT

Az Autograph kiszámít néhány pontot, ezekre illeszti az ábrázolt felületet. Az eredményezett felületek nem használhatók számolásokhoz és nem csatolhat hozzájuk pontokat.

### Másodfokú egyenletek:

| $x^2 + y^2 + z^2$                             | = r <sup>2</sup> | [Gömb]           |                  |
|---|------------------|------------------|------------------|
| $x^{2}/a^{2} + y^{2}/b^{2} + z^{2}/c^{2}$     | = 1              | [Ellipszoid      | 1]               |
| $z^{2} + y^{2}$                               | = x <sup>2</sup> | [Tölcsér, >      | k tengely körül] |
| $x^{2} + z^{2}$                               | = y²             | [Tölcsér, y      | y tengely körül] |
| $x^{2} + y^{2}$                               | = Z <sup>2</sup> | [Tölcsér, z      | z tengely körül] |
| y <sup>2</sup> + z <sup>2</sup>               | = r <sup>2</sup> | [Henger, >       | k tengely körül] |
| $x^{2} + z^{2}$                               | = r <sup>2</sup> | [Henger, y       | y tengely körül] |
| $x^{2} + y^{2}$                               | = r <sup>2</sup> | [Henger, z       | z tengely körül] |
| xyz – yz – xz – xy +                          | x + y + :        | z = 1            | [Négy sarok]     |
| x² + y² + a                                   | = Z <sup>2</sup> | [Hiperbold       | oid]             |
| $x^{2} + y^{2}$                               | = a²(cos         | sh(z/a))²        | [Katenoid]       |
| $z^{2} + (\sqrt{x^{2} + y^{2}}) - b^{2})^{2}$ | 2                | = a <sup>2</sup> | [Tórusz]         |

### Egyéb implicit egyenletek:

| cosx + cosy + cosz                         | = 0           | [Schwarz              | z P felülete] |
|--|---------------|-----------------------|---------------|
| x  +  y                                    | = r           | [Négyzet<br>palástja] | alapú hasáb   |
| cosxsiny + cosysinz + co<br>e^zcosx - cosy | szsin)<br>= 0 | c = 0                 | Giroid]       |

## |xyz| = a

### KÚPSZELETEK:

Megjegyzés - Kúp így adható meg:

| es | - Kup igy a | dhato meg:              |
|----|-------------|-------------------------|
| r  | = z         | (hengeres koordináták). |
| z  | = 2         | [Kör]                   |
| z  | = 2 + x/2   | [Ellipszis]             |
| z  | = 2+x       | [Parabola]              |
| z  | = 2+2x      | [Hiperbola]             |
| х  | = 2         | [Derékszögű hiperbola]  |
| х  | = 0         | [Két egyenes]           |
| z  | = x         | [Egy egyenes]           |

z = 0 [Pont]

### + 3D: PARAMÉTERES

#### [ALT T = 'θ']

| $x = t; y = \pm t; z = 0$                        | [egyenespár] |
|--|--------------|
| $x = sin\theta$ ; $y = cos\theta$ ; $z = \theta$ | [spirál]     |
| $x = a + k\cos\theta; y = \theta; z = k$         | o + ksinθ    |

#### ♦ 3D: GÖMBI KOORDINÁTÁK

[ALT T = 'θ', ALT F = 'φ'] r = 1 [gömb] r = 3sin2θ

#### Gömbi koordinátás egyenletek: x = f( $\theta$ , $\varphi$ ), y = f( $\theta$ , $\varphi$ ), z = f( $\theta$ , $\varphi$ )

 $\begin{array}{l} x=a+kcos\theta;\,y=\varphi;\,z=b+ksin\theta\\ & [eltolt henger,\,'k' sugár]\\ x=(c+acos\varphi)cos\theta;\,y=(c+acos\varphi)sin\theta;\,z=asin\varphi\\ & [Tórusz: sugár 'c', belső sugár 'a']\\ x=(2+0.2sin\pi\theta)sin\pi\varphi;\,y=0.2cos2\pi\theta+3cos2\pi\varphi;\\ z=(2+0.2sin2\pi\theta)cosn\pi\varphi\quad [Lissajous]\\ x=ksin(\theta)sin(\varphi);\,\,y=kcos(\theta);\,z=ksin(\theta)cos(\varphi)\\ & [Gömb] \end{array}$ 

## **3D: HENGERKOORDINÁTÁK**

## [ATL T = 'θ']

- r = 1 [henger]
- r = 1 [háromszög alapú hasáb palástja, θ lépésköz: 2π/3]
- r = 1 [négyzet alapú hasáb palástja,
- θ lépésköz π/2]

$$r = z [kúp]$$

 $r = (1-0.25z^2)(1 + 0.5sin(1.5\pi z) + 0.3cos5\theta)$ [Fenyőtoboz]



91



## Kisegítő lehetőségek gyengénlátóknak

### 1. Windows kisegítő lehetőségeinek használata:

Start => Minden program => Kellékek => Kisegítő lehetőségek. Használhatja a Kisegítő lehetőségek varázslót, a Nagyítót, vagy a szövegfelolvasót.

## 2. Autograph Eszköztár ikonjainak nagyítása:

Jobb-klikk az ikonsorra => "Testreszabás" => "Opciók" => "Nagy ikonok" pipa.

#### 3. Autograph tengelyek láthatóbbá tétele:

92

"Tengelyek" =>"Tengelyek szerkesztése" => Megjelenés"

Nagyobbra állíthatja a tengelyen a számok, a címkék és az egyenlet lista karaktereinek a méretét, pl. 18as félkövér betűtípus beállításával. Továbbá a tengelyek, valamint a rácsvonalak is megvastagíthatóak. Javasolt három üres fájl elmentése a megfelelő láthatósági beállításokkal ("Üres-1", "Üres-2" és "Üres-3") az 1D, 2D és 3D munkalapok mindegyikéhez. A munkamenet megkezdése előtt töltse be a megfelelő fájlt.

### 4. Általános vonalvastagság beállítása:

Míg a Tengelyek megjelenése minden munkalapon egyenként beállítható (ezért javasolt, hogy mentsen üres lapokat a megfelelő beállításokkal), lehetősége van egy általános vonalvastagságot is beállítani az aktuális felhasználó minden munkalapjához.

"Nézet" => "Beállítások" => "Megjelenítés" és pipálja be a "Vonalvastagság" résznél a "Minden vonal vastag" menüpontot. Pl. a 4½ pt-os beállítás minden ábrázolt vonalat és görbét láthatóbbá tesz.





Autograph 3.20 Apple Mac számítógépen

### **PowerPC** alapú Mac

Autograph 3.20 a VirtualPC alkalmazás segítségével telepíthető és futtatható **PowerPC alapú Mac** számítógépen. Ez egy Microsoft által kiadott Windows emulátor, ami lehetővé teszi Mac-en a Windows futtatását. Ha már van Windows telepítője, külön is megveheti a Virtual PC-t. De Windows XP-vel csomagban is kapható.

Egyszerűen áthúzhatóak a fájlok a két környezet között. Tehát kimenthet képeket az **Autograph**-ból és beillesztheti őket Mac dokumentumokba. A 3D szolgáltatások nem működnek a VirtuaIPC jelenlegi verziójával, és a Microsoft állítása szerint nem is fog mostanában megjelenni újabb verzió.

#### **Intel Mac**

Parelles Desktop szoftver segítségével Asztallal Windows futtatható Mac OS X-en újraindítás nélkül. A Codeweavers kiadásában kapható a CrossOver, amely segítségével Windows alkalmazások közvetlenül Mac-ra telepíthetőek. A 3D szolgáltatások nem működnek egyik módszerrel sem.

Az Apple 'Boot Camp' szoftvere segítségével futtathat Windowst Mac-en, de újra kell indítsa a gépet az operációs rendszerek közötti váltáshoz. A 3D szolgáltatások is működni fognak ezzel a módszerrel.



## Citrix és MS Terminal Server

Ez egy hálózati megoldás, futtathat Autograph-ot egy PC Szerveren, és használhat Mac-et kliensnek. Működik, de problémák lehetnek a sebességgel, és a 3D szolgáltatások használatával.

## Apple Egér használata

A szabvány Apple egérnek csak egy gombja van, ami megfelel a PC egér bal gombjának. Továbbá görgő sincs az egéren.

Lehetséges PC egeret kötni OS X-es Mac-re, de az egygombos egérhez használhatja ezt a táblázatot is:

| PC egér/billentyűk          | MAC egér/billentyűk  |
|-----------------------------|--|
| JOBB-KLIKK<br>vagy          | CTRL+KLIKK vagy ALT+KLIKK<br>használja az 'OBJEKTUM' Menüt |
| CTRL+KLIKK                  | APPLE+KLIKK  |
| SHIFT+KLIKK                 | SHIFT+KLIKK  |
| CTRL+bármilyen<br>billentyű | APPLE+bármilyen billentyű<br>pl. Apple+C = Másolás, stb    |
| ALT+bármilyen<br>billentyű  | CTRL+bármilyen billentyű<br>pl. Ctrl+ <b>.</b> = Pont mód  |
|                             |  |



93

## Tárgymutató

## Α

Ablak menü 9 Adatfelvétel menü 9 Adathalmaz 24, 25 Adatkulcs 23 A kör területe (extrák) 82 Alakzatok (2D) 50 Alakzatok (3D) 72 Alapbeállítások 55 Állapotablak 16 Állapotsor 6, 16 Alulról/felülről építkező (1D) 26 Animáció 15 Apple Mac 93 Arial for Autograph Uni betűtípus 80 Aszimptota 56 Átlátszóság (3D) 68 Autograph indítása 5 Automatikus méretezés 23

## В

Beállítások 10 Bezárt szög 48, 71 Binomiális eloszlás 34 Box and whishker diagram 28

## D

Derivált függvény 57 Differenciálegyenletek 62, 90 Diszkrét eloszlás 33, 34 Diszkrét kirajzolás 23 Dobókocka szimuláció (extrák) 83 Döntés 50

## Ε

94

Egérfunkciók 7 Egész számhoz illesztés 7 Egyenes (2D) 44 Egyenes (3D) 69 Egyenes legközelebbi pontja 46, 71 Egyenlet (2D) 54 Egyenlet (3D) 73 Egyenlet lista 41 Egyenlet menü 9 Egyenletes eloszlás (diszkrét) 34 Egyenlőtlenségek 89 Egyéni (diszkrét) eloszlás 35 Egyéni (folytonos) eloszlás 36 Egyszerűsített mód 5 Eloszlás függvény 28 Eloszlás függvény-mérés 28 Eloszlás illesztése (Bin, Poi, N) 37 Eltolás 50 Eredmények 16 Érdekes függvények 89 Érintő 56 Evolúta 56,90 Exponenciális függvény 88 Exportálás Wordbe 31 Extrák 82

## F

Fájl menü 8 Felvett értékek 56 Fixpont iterációs módszer 59 Fok/radián 6 Folytonos eloszlás 33, 39 Folytonos kirajzolás 23 Forgatás 50 Forgástestek térfogata 74 Függvénydefiníciók 90

## G

Geometriai eloszlás 35 Gömbi koordináták (3D) 91 Görbe alatti terület 58 Grafikon 29

## Gy

Gyakoriság léptéke 26 Gyakoriságok 24

## Η

Hengerkoordináták (3D) 91 Hiperbola 88 Hisztogram 26

## I

Illeszkedő harmadfokú polinom 46 Illeszkedő kör középponja 46 Illeszkedő parabola 46 Implicit függvény (általános) 55, 89 Implicit függvény (átrendezhető) 89 Implicit függvények (3D) 73, 91 Integrálfüggvény 41, 57 Interaktív tábla 11 Inverz pont 46 Inverz trigonometrikus függvény 88

## Κ

Kijelölés egérrel 7 Konfidencia intervallumok (extrák) 83 Konstans vezérlő 14 Konstansok 54 Kör 45 Közelítés 7 Kúpszeletek 45, 89 Kúpszeletek (3D) 91

## L

Lassú kirajzolás 41 Legkisebb távolság 71 Legközelebbi pont 71 Lineáris közelítés mutatása 26 Lineáris transzformáció (2D) 51 Lineáris transzformáció (3D) 72

## Μ

Maclaurin-sor 59, 85 Másodrendű differenciálegyenletek 91 Matematikai formulák 86 Megvilágítás (3D) 68 Merőleges 56 Metszéspont 71 Metszés vonal 71 Mintavételezés 25, 32 Monte Carlo módszer (extrák) 82 Mozgó átlag 29





Munkalap húzása 7 Munkalap húzása (3D) 68 Munkalap menü 8

## Ν

Nagyítás 50 Nagyítás alaphelyzetbe 41 Nagyítás pontból 46 Newton-módszer 59 Nézet menü 8 Normál mód 5 Numerikus módszerek 85

## Ny

Nyújtás 50

## 0

Objektum animálása 15 Objektum menü 9 Objektumkulcs 23 Osztályintervallumok 24 Osztályozott adathalmaz 24

## Ö

Összekötő szakasz meredeksége 56

## Ρ

Paraméteres függvények 60, 90 Paraméteres függvények (3D) 75, 91 Poisson eloszlás 35 Poisson eloszlás-2D (extrák) 83 Polárkoordinátás függvények 61, 90 Polárkoordinátás függvények (3D) 75 Pontdiagram 29 Ponthalmaz létrehozása 52, 53 Pontok létrehozása 7 Pontok létrehozása (3D) 68

## R

Rajzolás 7

## S

Sík (3D) 69 Simpson formula 85 Statisztika ablak 30 Statisztika táblázat 30 Statisztikai formulák 84 Stem and Leaf diagram 30 Súgó 78, 89 Súgó menü 5, 9 Súlypont 46, 71, 85

## Sz

Szakaszonként definiált függvény 55, 90 Szerkesztés menü 8 Szövegdoboz 7

## T

Tábla mód 10 Távolítás 7 Telepítés 5 Tengelyek 12 Tengelyek menü 9 Tengelyek szerkesztése 12 Tengelyek szerkesztése (3D) 68 Tengelyek újracímkézése 23 Tengelyek visszaállítása 41 Területarányos valószínűségek 27 Törlés 7 Trapéz szabály 85 Trigonometria (extrák) 82 Trigonometrikus függvények 88 Tükrözés 50 Tükrözés y=x-re 41, 57

## Ú

Új egyenlet (2D) 54 Új egyenlet (3D) 73 Új speciális munkalap 82

## V

Vektorok 47 Vektorok (3D) 70 Virtuális billentyűzet 11 Vissza 7

## W

Word 31

## Ζ

Zoom 7 Zoom (3D) 68

95



## Autograph Verziótörténet és Névjegy

## Autograph 3 [PC]

- Kiadva: 2004 Június, V. 3.10: 2005 Április
   V. 3.20 Nemzetközi (Unicode) kiadás: 2007 Január
- C++ programozás és általános program tervezés: MARK HATSELL
- Ötlet és matematikai specifikáció: DOUGLAS BUTLER

#### További anyagok

Mike Pinna, Jamie Collin, Stephen Whipp, Sam Butler and Simon Woodhead

## Tesztelés és oktatóanyagok Alan Catley, Fred Dye, Alastair George, Roger Harding, Martin Withington, Overseas: Jim Claffey (Australia), Kate Rozsa (USA), Mike Wakeford (Norway) and many others.

- Autograph Extrák és CD Felület: Stephen Whipp
- Autograph Súgó: Jamie Collin and Simon Woodhead
- Arial for Autograph betűtípus: Ian Bezer, Monotype Imaging Ltd (Redhill) www.monotypeimaging.com
- Grafikus tervezés: Simon Dolby, The Design Factory (Oundle) www.dolbygallery.com
- Program ikonok: Dave Wilkinson, Glyph Lab (Cornwall) www.glyphlab.com

#### Autograph honlap: Scott Wright, Dreamshock (Shoreham) www.dreamshock.com

96

 TSM Források honlap: (Technology for Secondary Mathematics) from the iCT Training Centre, Oundle School www.tsm-resources.com

## Autograph 2 [PC]

- Kiadva: 2000 Október,
- V. 2.10: 2003 Január
- C++ programozás és általános program tervezés: MARK HATSELL
- Ötlet és matematikai specifikáció: DOUGLAS BUTLER
- Autograph Extrák: Mohan Ganesalingham

## Autograph 1 [Acorn]

 Kiadva 1993 Szeptemberében, rendszeres frissítésekkel 1998 Szeptemberéig.

Az Autograph eredetileg BBC BASIC nyelven íródott a peterborough-i (UK) Oundle Schoolban, PHILIP COUZENS eredeti elképzelése alapján.

A programozást Douglas Butler vezette, Adrian Peakman és Alex Stanhope közreműködésével.

## Segédanyagok

- Autograph és segédanyagok: EASTMOND PUBLISHING Ltd. (UK)
- Web: www.autograph-maths.com és www.autograph-math.com
- Email: support@autograph-maths.com
- Nemzetközi marketing és oktatási segédanyadok: CHARTWELL-YORKE Ltd. (UK)
- Web:www.chartwellyorke.comEmail:sales@chartwellyorke.comKapcsolat:Philip Yorke